

Modellierung und Codegenerierung von SOC-Beschleunigermodulen am Beispiel eines Kalman-Filters

Erik Andresen

26.11.2010

Inhalt

High Performance Embedded Computing

Synthese in AccelDSP

Das Kalman-Filter

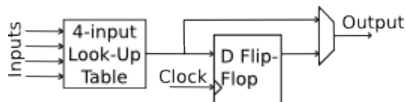
Beispiel: Rekonstruktion eines verrauschten Signals

Ausblick

Anhang

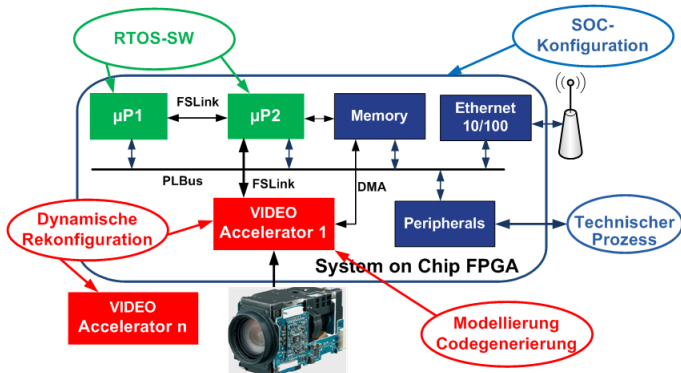
- ▶ Beschleunigung von Algorithmen durch Auslagerung in Hardware durch DSP oder **FPGA**.
- ▶ Verwendung z.B. zur Bildverarbeitung. Beschleunigung durch Parallelverarbeitung.
- ▶ Entlastung des Prozessors.

FPGA - Field Programmable Gate Array

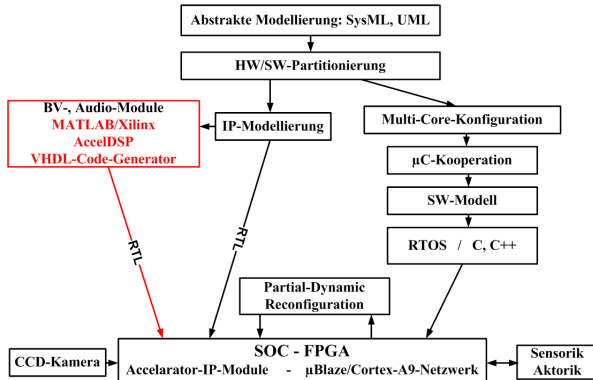


- ▶ Lookup-Tabellen bilden alle Logik-Gatter ab.
- ▶ Flip-Flops zur Zustandsspeicherung.
- ▶ Mehrere Hunderttausend Logikblöcke.
- ▶ Durch Hintereinanderschaltung von Logikblöcken realisierung komplexer dig. Hardware (DSP, CPU)
- ▶ Schnittstellen zur Aussenwelt.
- ▶ Zusätzlich BRAMs, DSP-Elemente, HW-Prozessoren...
- ▶ Modellierung bit Hardware-Beschreibungssprachen (HDLs)

FPGA als System on Chip



High Performance Embedded Computing - Echtzeitanwendungen



Matlab als Abstraktionslayer

- 1 Modellierung und Implementierung des Algorithmus in Matlab und AccelDSP .
- 2 Konvertierung der Fließkommazahl-Arithmetik in Festkomma-Arithmetik mit AccelChip.
- 3 Vergleich der Modellierungs-Varianten und ggf. Anpassen der Wortbreiten.
- 4 Optimierung und Generierung in einer Hardware-Beschreibungssprache

- ▶ Rekursiver Schätzalgorithmus, 1960 durch den Mathematiker R.E. Kalman vorgestellt.
- ▶ Eingesetzt im Apollo-Programm der NASA
- ▶ In der Bildverarbeitung zur Objektverfolgung eingesetzt.
- ▶ Messungen sind Fehlerbehaftet.
- ▶ Messungen mit großer Genauigkeit sollen stärker berücksichtigt werden.
- ▶ Grundlagen des beobachteten Systems bekannt.
- ▶ Messverfälschungen sind bekannt.
- ▶ Rekursiv.

Das Kalman-Filter liefert optimalen Schätzwert für den Zustand x eines Systems

Zustandsgleichung

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A}_k * \mathbf{x}_k + \mathbf{B}_k * \mathbf{u}_k + \mathbf{w}_k$$

\mathbf{x}_k Zustand

\mathbf{A}_k Systemmatrix

\mathbf{B}_k Eingabematrix

\mathbf{u}_k Steuer-Vektor

\mathbf{w}_k Systemrauschen

Messgleichung

$$y_k = H_k * x_k + v_k$$

y_k Messung

H_k Messmatrix

v_k Messrauschen

$$\mathbf{e}_k^- = \mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_k^-, \mathbf{P}_k^- = \mathbf{E}(\mathbf{e}_k^- * \mathbf{e}_k^{-\tau})$$

$$\mathbf{e}_k^+ = \mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_k^+, \mathbf{P}_k^+ = \mathbf{E}(\mathbf{e}_k^+ * \mathbf{e}_k^{+\tau})$$

$\hat{\mathbf{x}}_k^-, \hat{\mathbf{x}}_k^+$ Schätzwert „a priori“ und „a posteriori“

$\mathbf{P}_k^-, \mathbf{P}_k^+$ Schätzfehlerkovarianz „a priori“ „a posteriori“

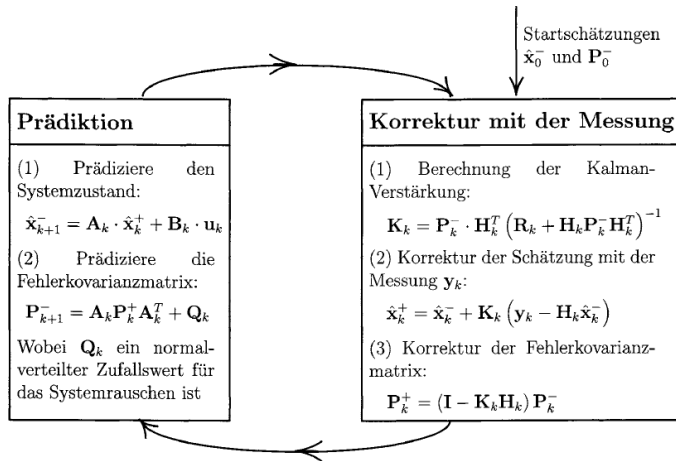
K_k Kalman-Verstärkung

R_k Varianz des Messfehlers

$$K_k = \frac{P_k^- * H_k^T}{R_k + H_k P_k^- H_k^T}$$

- ▶ Wenn Varianz des Messfehlers R_k steigt, wird der Messung weniger vertraut, der Schätzung jedoch mehr.
- ▶ Wenn die Schätzfehlerkovarianz P_k^- zunimmt, wird der Messung mehr vertraut, der Schätzung jedoch weniger.

Algorithmus



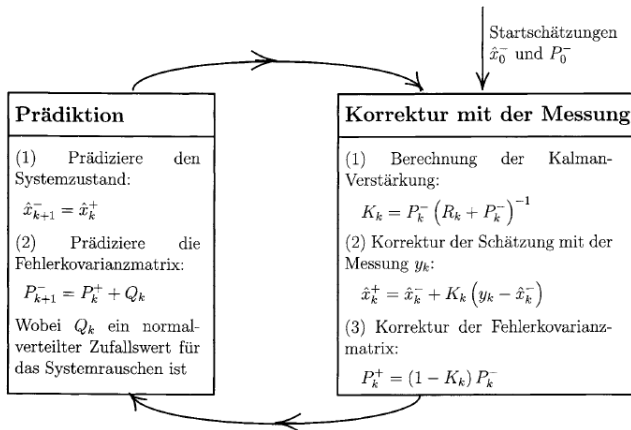
I Einheitsmatrix

 \mathbf{Q}_k Systemrauschen

- ▶ Beispiel aus Xilinx Xcell Journal #53: Verrauschtes Signal
- ▶ Reales System: Erzeugung von Sinus und Cosinus Werten. (Ausgangswert)
- ▶ Künstlich verfälscht durch Zufallswerte.
- ▶ Ziel: Annäherung an die Ausgangswerte.
- ▶ $A_k = 1$ Zustand ist zeitlich konstant.
- ▶ $u_k = 0$ Keine äußeren Einflüsse.
- ▶ $H_k = 1$ System ist direkt messbar.

```
0001 % Real Input Signal
0002 A = [
0003     cos(0:pi/400:(5/3)*pi)/2;
0004     sin(0:pi/200:(10/3)*pi)/2;
0005     sin(0:pi/100:(20/3)*pi)/2
0006     ]';
0007
0008 % Add some noise
0009 A_in = A + 0.5*(rand(size(A)) - 0.5);
0010
0011 % Run Kalman
0012 for i=1:size(A,1),
0013     [S(i,:)] = simple_kalman(A_in(i,:));
0014 end
0015
0016 % Plot
0017 subplot(3,1,1);
0018 plot(A);
0019 axis([0 700 -1 1])
0020 title('Input Signal without Noise')
0021
0022 subplot(3,1,2);
0023 plot(A_in);
0024 axis([0 700 -1 1])
0025 title('Input Signal with Random Noise')
0026
0027 subplot(3,1,3);
0028 plot(S);
0029 axis([0 700 -1 1])
0030 title('Filtered Output Signal')
```

Vereinfachter Algorithmus

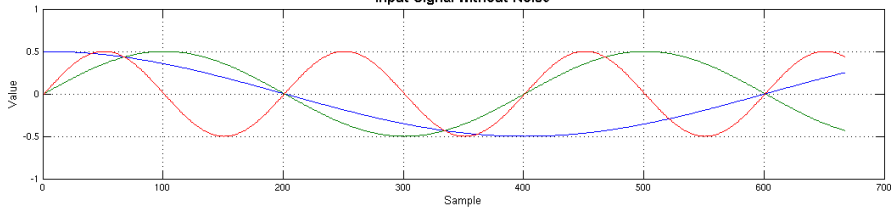


```

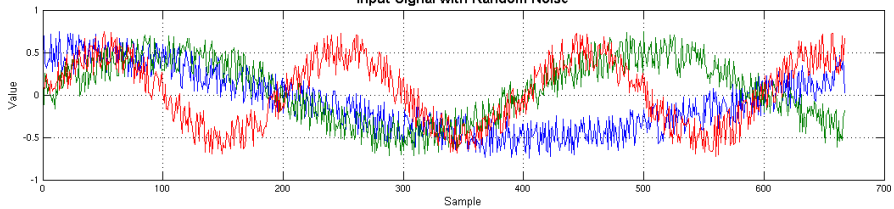
0001 function [S] = simple_kalman(y)
0002     persistent x_est P_est
0003
0004     if isempty(P_est)
0005         P_est = eye(size(y,2))*8; % Schätzfehlerkovarianz = 8
0006         x_est = ones(size(y,2),1)/2; % Systemzustand = 0.5
0007     end;
0008
0009     I = eye(size(y,2)); % Einheitsmatrix
0010     Q = eye(size(y,2)); % Systemrauschen = 1
0011     R = eye(size(y,2))*128; % Varianz des Messfehlers = 128
0012
0013     % correction step:
0014     % (1) Berechnung der Kalman-verstärkung
0015     K = P_est * inv(R + P_est);
0016     % (2) Korrektur der Schätzung mit der Messung
0017     x = x_est + K * (y' - x_est);
0018     % (3) Korrektur mit der Messung
0019     P = (I - K)*P_est;
0020
0021     % estimate step:
0022     % (1) Präzidiere den Systemzustand
0023     x_est = x;
0024     % (2) Präzidiere die Fehlerkovarianzmatrix
0025     P_est = P+Q;
0026
0027     % Return
0028     S = x';

```

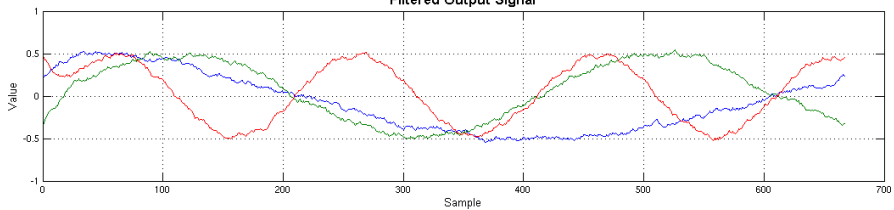
Input Signal without Noise



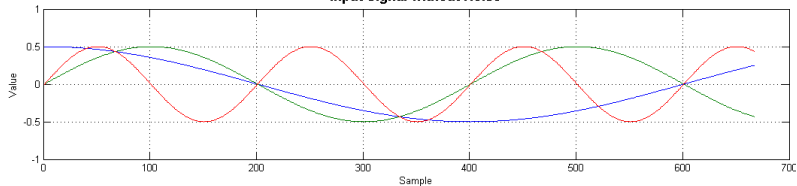
Input Signal with Random Noise



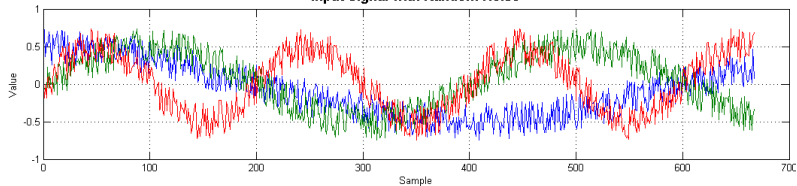
Filtered Output Signal



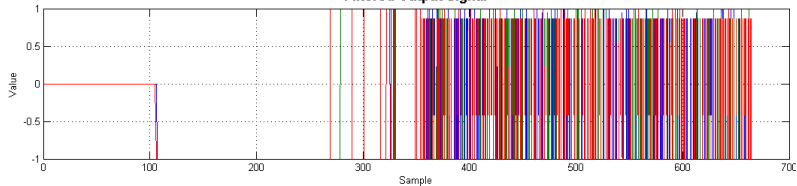
Input Signal without Noise



Input Signal with Random Noise

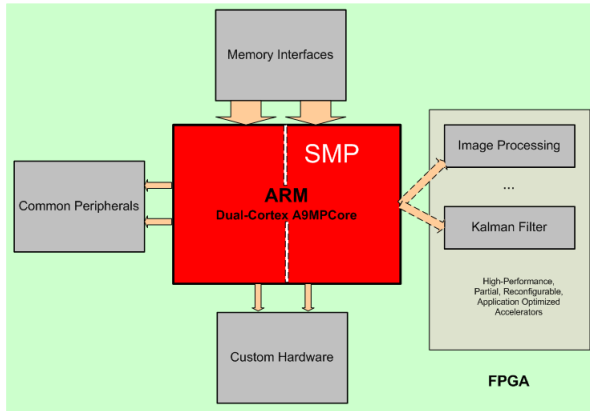


Filtered Output Signal



- ▶ 42 Multiplizierer
- ▶ 70 Addierer
- ▶ 65 Subtrahierer
- ▶ 3*13 Eingänge für Matrix A
- ▶ 3 Steuerleitungen als Eingang
- ▶ 3*13 Ausgänge für Matrix S
- ▶ 1 Steuerleitung als Ausgang

Zukunft mit DualCore ARM CPU



- ▶ Modell vervollständigen und für Ganzzahlen anpassen.
- ▶ Parameter für Kalman-Filter, Objektverfolgung.
- ▶ Dual-Core Plattform.

- ▶ Nischwitz, Fischer, Haberäcker: Masterkurs Computergrafik und Bildverarbeitung: Alles für Studium und Praxis. Verlag Vieweg+Teubner, 2. Auflage.
- ▶ Xilinx DSP Magazine #1 (2005). -
<http://www.xilinx.com/publications/>
- ▶ Xilinx Xcell Journal #53 (2005). -
<http://www.xilinx.com/publications/xcellonline/>
- ▶ Xilinx Xcell Journal #71 (2010). -
<http://www.xilinx.com/publications/xcellonline/>