



Hochschule für Angewandte Wissenschaften Hamburg

*Hamburg University of Applied Sciences*

# Kalman Filter zur Rekonstruktion von Messsignalen

Denis Schetler

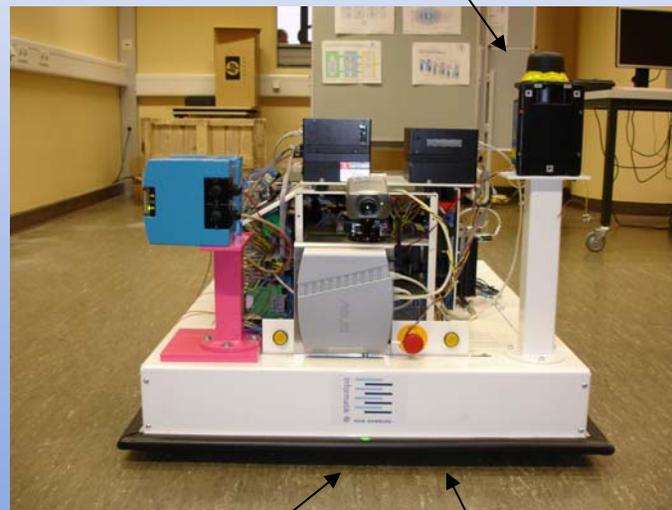
15. Dezember 2006

## Agenda

1. Kalman Filter
2. Motivation
3. Anwendungsbereiche
4. Funktionale Übersicht
5. Beispiel: Wurfparabel
6. Objektverfolgung
7. Zusammenfassung
8. Ausblick Masterarbeit
9. Externe Motivation

360° Laserscanner

Abstandswerte  $y(k)$



Lenkwinkel  $\alpha(k)$

Weg  $n(k)$



## ***FAUST Projekt***

Ein Sensortyp reicht für robuste Objektverfolgung nicht aus!

Sensordatenfusion

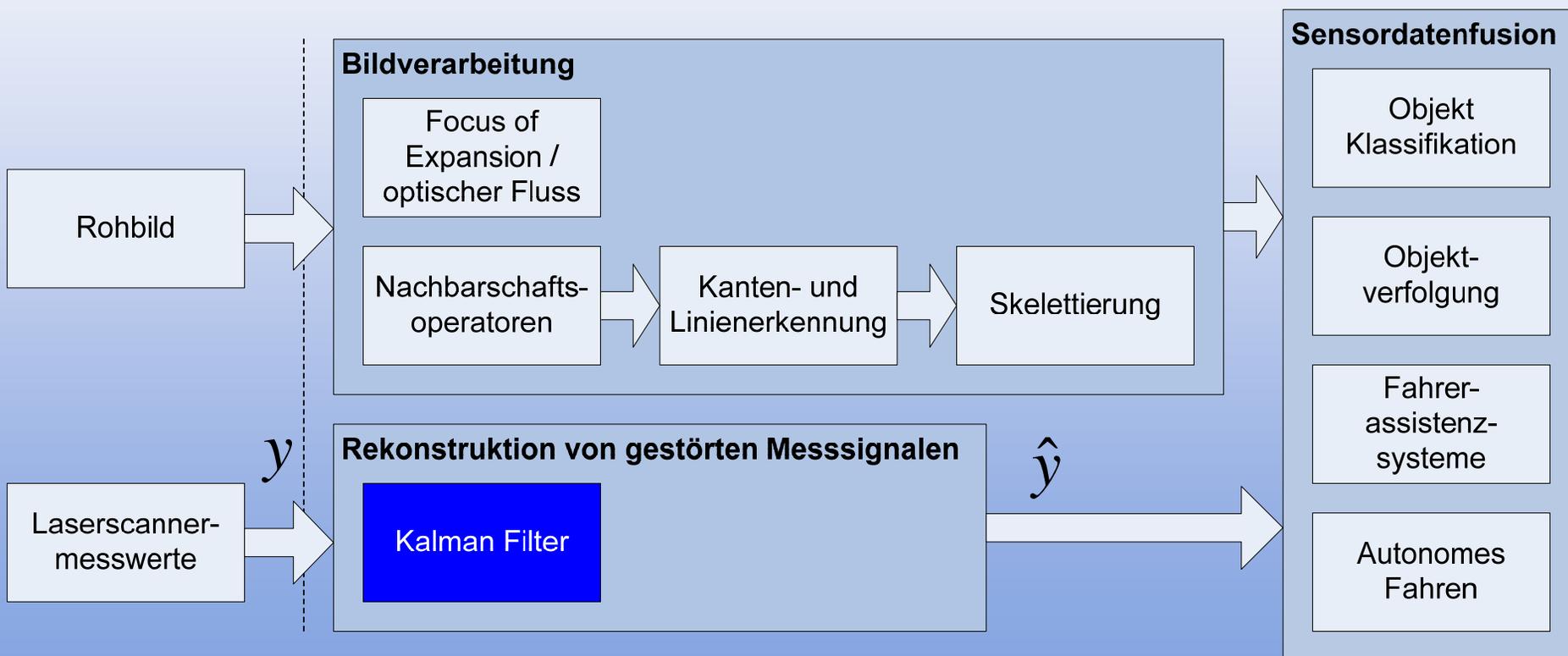
### Kamera

- + Enthält alle Informationen
- Begrenzter Öffnungswinkel
- Aufwendige Verarbeitung
- Wetter und Licht
- Genauigkeit der Abstandsbestimmung

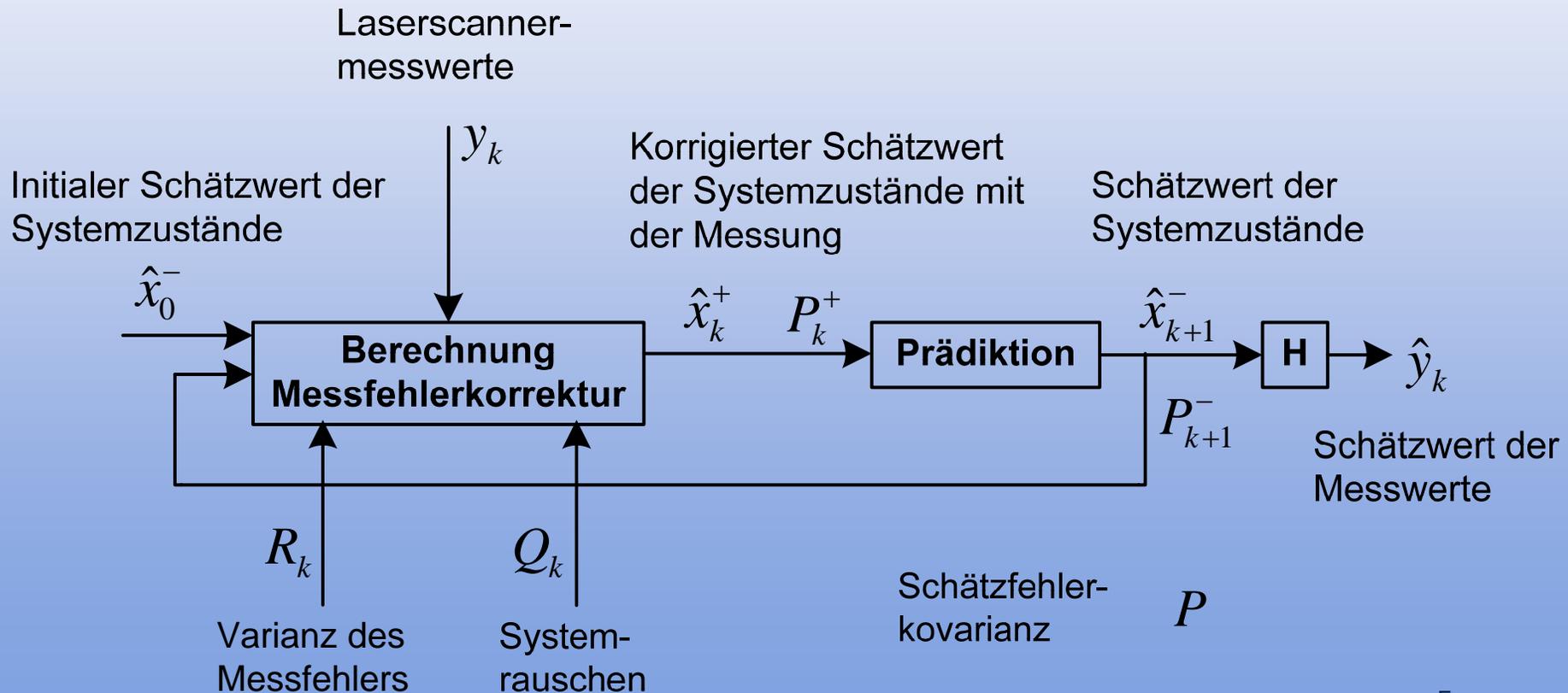
### Laserscanner

- + horizontaler Schnitt der Fahrbahn
- + Genauigkeit der Abstandsbestimmung
- Straßenmarkierung und Schilder

# FAUST Projekt



# 1. Kalman Filter: optimale Schätzwerte für die Systemzustandsgröße $x$





## 2. Motivation

1. Überholvorgang: Objektverfolgung basierend auf Laserscanner, Radar oder Bildverarbeitung
2. Berichte zu Forschungsprojekten vom „3rd International Workshop on Intelligent Transportation“ in Hamburg März 2006  
z.B.: Intersection Safety
3. Masterarbeit Bremsassistent und Ausweichassistent  
Standard: Moving Average Filter  
durch Kalman Filter ersetzen.

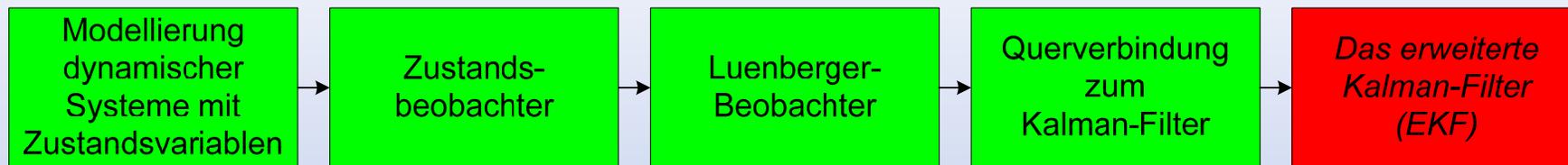
### ***3. Anwendungsbereiche***

- Messsignalverarbeitung
  - System- und Messrauschen unterdrücken
  - Schätzen des „wahren“ Systemzustands
  
- Bildverarbeitung
  - Objektverfolgung, anhand von Kanten im Bild
  - Positionsbestimmung, anhand von Landmarken
  - Fahrer-Assistenz-Systeme
  
- Bilddatencodierung
  - Höherer Datenkompressionsfaktor bei MPEG4 durch Segmentierung der bewegten Objekte und deren präzisen Bewegungsschätzung



## 4. Funktionale Übersicht:

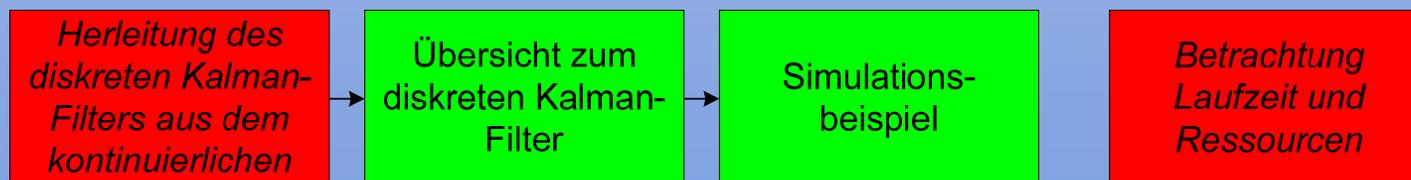
zeitkontinuierlich



Stochastik  
Schätzung

Riccati  
-Entwurf  
-Regler  
-Gleichung

zeitdiskret

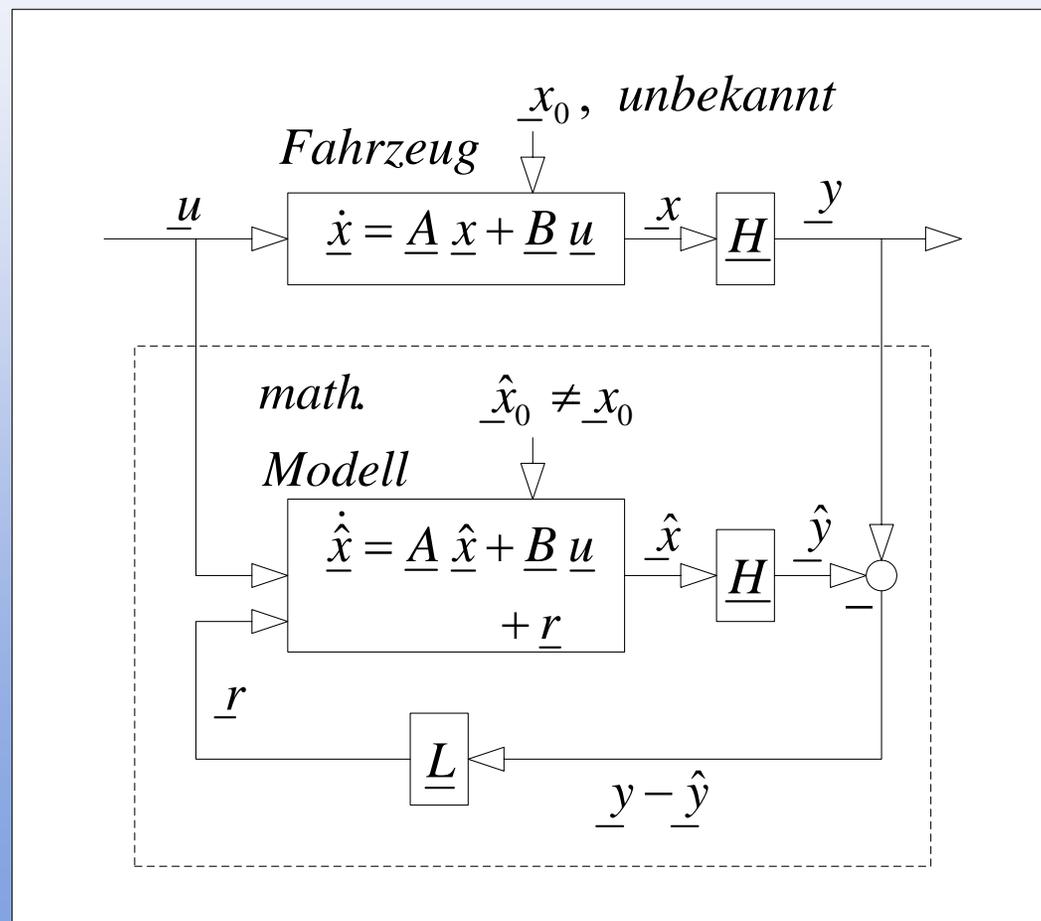


## 4. Zustandsbeobachter nach Luenberger

$\underline{u}(t)$  : Soll v  
 $\underline{x}(t)$  : Zustandsvektor  
 $\underline{y}(t)$  : Abstandswerte,  
 Drehgebermesswerte

$\underline{A}$  : Systemmatrix  
 $\underline{B}$  : Eingangsmatrix  
 $\underline{H}$  : Ausgangsmatrix

$\underline{L}$  : Rückführmatrix  
 $\underline{r}$  : Rückführvektor



## 4. Diskrete System- und Messgleichung

**Diskrete Systemzustandsgleichung**  $\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A}_k \cdot \mathbf{x}_k + \mathbf{B}_k \cdot \mathbf{u}_k + \mathbf{w}_k$

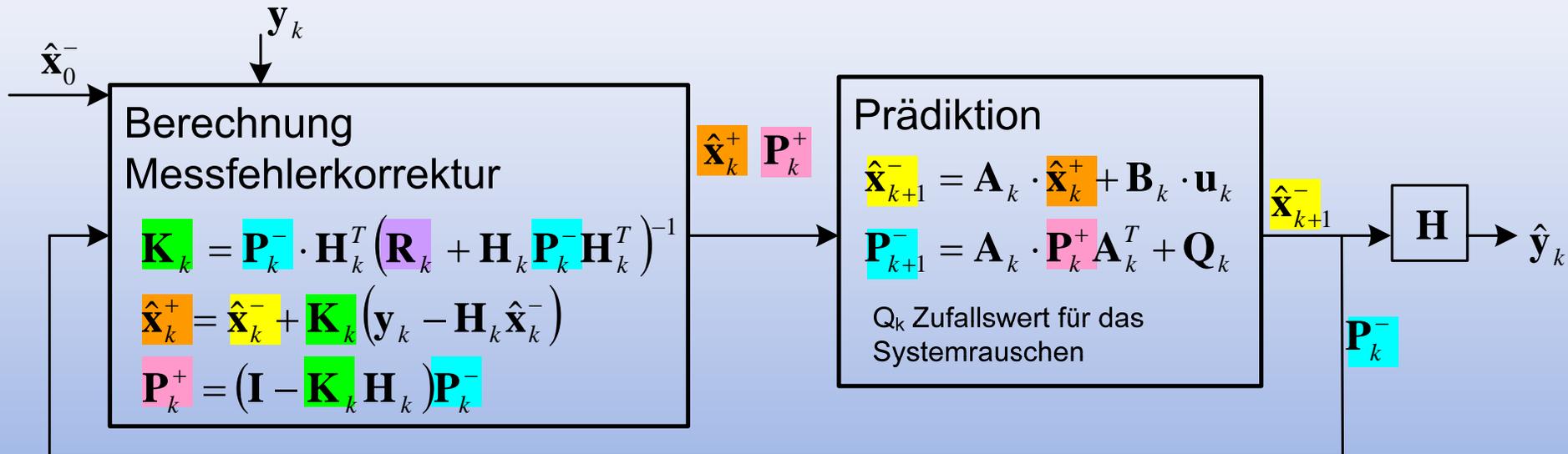
Zustand Fahrzeug	$\mathbf{x}_k$	n-dim.	Eingabematrix	$\mathbf{B}_k$	(n · l)-Matrix
Soll Geschwindigkeit	$\mathbf{u}_k$	l-dim.	Systemrauschen	$\mathbf{w}_k$	n-dim.
Systemmatrix	$\mathbf{A}_k$	(n · n)-Matrix			

### Messgleichung

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{H}_k \cdot \mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k$$

Abstandswerte, Drehgebermesswerte	$\mathbf{y}_k$	m-dimensional
Messmatrix	$\mathbf{H}_k$	(m · n)-Matrix
Messrauschen	$\mathbf{v}_k$	m-dimensional

## 4. Regelschleife des Kalman Filters



Berechnung der Kalman Verstärkung

$\mathbf{K}_k$

Korrektur der Schätzung mit der  
Messung  $y_k$

$\hat{\mathbf{x}}_k^+$

Korrektur der Fehlerkovarianz

$\mathbf{P}_k^+$

Varianz des Messfehlers

$\mathbf{R}_k$

Prädiziere Systemzustand

$\hat{\mathbf{x}}_{k+1}^-$

Prädiziere Fehlerkovarianz

$\mathbf{P}_{k+1}^-$

## 4. Rekursive Arbeitsweise

Konstante  
Matrizen

$$H_0 \quad R_0 \quad A_0 \quad Q_0$$

Initialer Schätzwert  
der Systemzustände

$$\hat{x}_0^-$$

$$P_0^-$$

Berechnung  
Messfehler-  
korrektur

$$y_0 \rightarrow$$

$$K_0 = P_0^- \cdot H_0^T \left( R_0 + H_0 P_0^- H_0^T \right)^{-1}$$

$$\hat{x}_0^+ = \hat{x}_0^- + K_0 \left( y_0 - H_0 \hat{x}_0^- \right)$$

$$P_0^+ = \left( I - K_0 H_0 \right) P_0^-$$

Prädiktion

$$\hat{x}_1^- = A_0 \cdot \hat{x}_0^+ + B_0 \cdot u_0$$

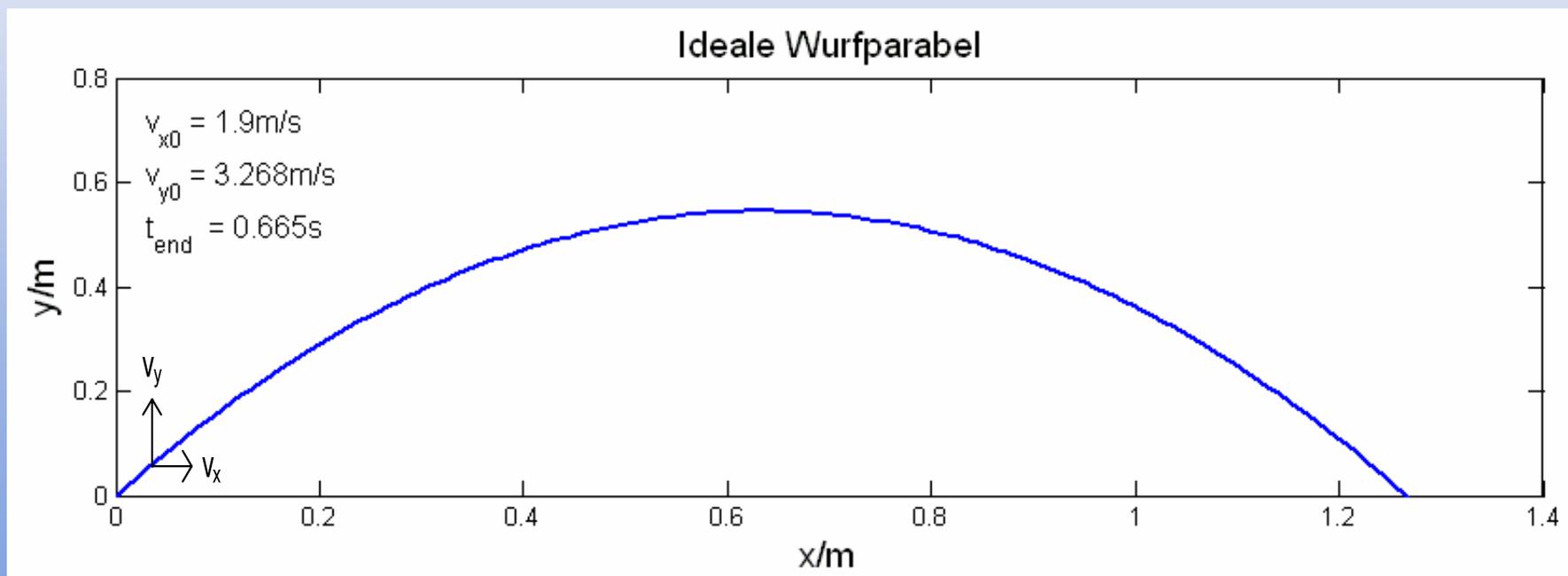
$$P_1^- = A_0 \cdot P_0^+ A_0^T + Q_0$$

## 5. Simulationsbeispiel: Ideale Wurfparabel

$$v_x = v_0 = \frac{dx}{dt} = \text{const.}$$

$$v_y(t) = \frac{dy}{dt}$$

$$\frac{dv_y}{dt} = g = -9,81 \frac{m}{s^2}$$



## 5.1 Diskrete Systemzustandsgleichung

$$\begin{aligned}V_x : \quad v_x &= v_0 \\ v_x(k+1) &= v_x(k) \\ \Rightarrow v_x &= \text{const.}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x : \quad \frac{dx}{dt} &= v_x \Leftrightarrow \frac{\Delta x}{\Delta t} = v_x \\ \Delta x &= \Delta t \cdot v_x \\ x(k+1) - x(k) &= \Delta t \cdot v_x \\ x(k+1) &= x(k) + \Delta t \cdot v_x\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}V_y : \quad \frac{dv_y}{dt} &= a \Leftrightarrow \frac{\Delta v_y}{\Delta t} = a = -g \\ \Delta v_y &= -g \cdot \Delta t \\ v_y(k+1) - v_y(k) &= -g \cdot \Delta t \\ v_y(k+1) &= v_y(k) - g \cdot \Delta t\end{aligned}$$

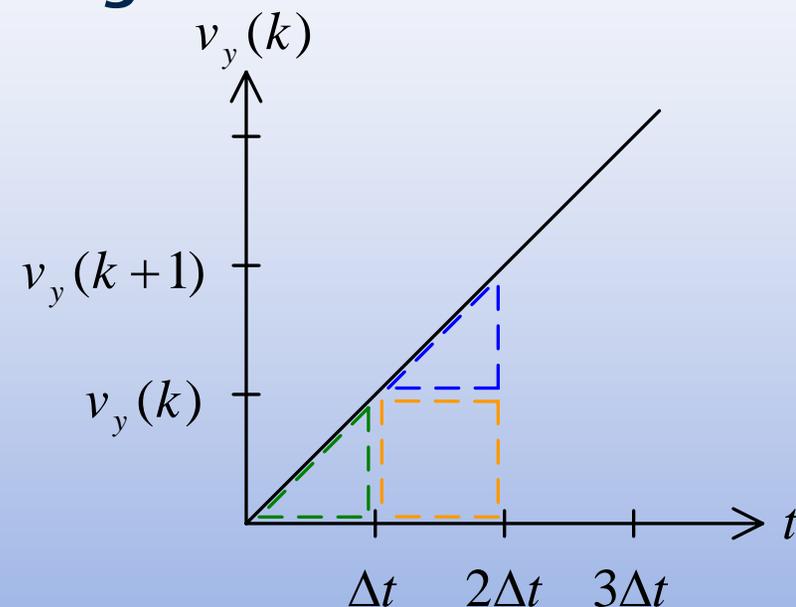
## 5.1 Diskrete Systemzustandsgleichung

$y$  : Integration  $v_y \Rightarrow y$

$$\int v_y dt = y$$

aus  $v_y$ :

$$\frac{dv_y}{dt} = -g \Rightarrow v_y(k+1) = v_y(k) - g \cdot \Delta t$$



Trapezintegration:

$$y(k+1) = y(k) + \left[ \Delta t v_y(k) + \Delta t \frac{1}{2} \{v_y(k+1) - v_y(k)\} \right]$$

Abtastintervall  $\Delta t$

$$y(k+1) = y(k) + \Delta t v_y(k) - \frac{1}{2} g \Delta t^2$$

## 5.2 Gleichungssystem für die Wurfparabel

Die stochastische Systemzustandsgleichung:

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A}_0 \cdot \mathbf{x}_k + \mathbf{B}_0 \cdot \mathbf{u}_0 + \mathbf{w}_k$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ v_x \\ v_y \end{pmatrix}_{k+1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \Delta t & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \Delta t \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ v_x \\ v_y \end{pmatrix}_k + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} \Delta t^2 \\ 0 & 0 \\ 0 & \Delta t \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -g \end{pmatrix} + w_k$$

Die Messgleichung:

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{H}_0 \cdot \mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k \quad \begin{pmatrix} x_m \\ y_m \end{pmatrix}_k = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ v_x \\ v_y \end{pmatrix}_k + v_k$$

## 5.3 Die Simulationsparameter (allgemein)

Startschätzung des Systemzustands

$$\hat{x}_0^- = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Startschätzung der Fehlerkovarianzmatrix

$$P_0^- = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Varianz des Messfehlers

$$R_k = \begin{pmatrix} 0,01 & 0 \\ 0 & 0,01 \end{pmatrix}$$

Systemrauschen (Luftwirbel)

$$Q_k = \begin{pmatrix} 10^{-5} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10^{-5} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10^{-5} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10^{-5} \end{pmatrix}$$

## 5.3 Die Simulationsparameter (speziell Beispielrechnung)

Abtastintervall

$$\Delta t = 0,01s$$

Messung bei  $k = 0$

$$y_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0,08 \end{pmatrix}$$

Erdbeschleunigung

$$g = 9,81 \frac{m}{s^2}$$

## 5.4 Beispielrechnung für Schritt 0

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_k^- \cdot \mathbf{H}_0^T (\mathbf{R}_0 + \mathbf{H}_0 \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}_0^T)^{-1} \quad \text{Berechnung der Kalman Verstärkung}$$

$$K_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \left[ \begin{pmatrix} 0,01 & 0 \\ 0 & 0,01 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right]^{-1} = \underline{\underline{\begin{pmatrix} 0,99 & 0 \\ 0 & 0,99 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}}}$$

$$\hat{\mathbf{x}}_k^+ = \hat{\mathbf{x}}_k^- + \mathbf{K}_k (\mathbf{y}_k - \mathbf{H}_0 \hat{\mathbf{x}}_k^-) \quad \text{Korrektur der Schätzung mit der Messung } \mathbf{y}_k$$

$$\hat{\mathbf{x}}_k^+ = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0,99 & 0 \\ 0 & 0,99 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \left[ \begin{pmatrix} 0 \\ 0,08 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right] = \underline{\underline{\begin{pmatrix} 0 \\ 0,0792 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}}}$$

$$\mathbf{P}_k^+ = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_0) \mathbf{P}_k^- \quad \text{Korrektur der Fehlerkovarianz}$$

$$P_k^+ = \left[ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0,99 & 0 \\ 0 & 0,99 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \underline{\underline{\begin{pmatrix} 0,01 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,01 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}}$$

## 5.4 Beispielrechnung für Schritt 0

$$\hat{\mathbf{x}}_{k+1}^- = \mathbf{A}_0 \cdot \hat{\mathbf{x}}_k^+ + \mathbf{B}_0 \cdot \mathbf{u}_0 \quad \text{Prädiziere Systemzustand}$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{k+1}^- = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0,01 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0,01 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0,0792 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} \cdot 0,01^2 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0,01 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -g \end{pmatrix} = \underline{\underline{\begin{pmatrix} 0,01 \\ 0,08915 \\ 1 \\ 0,9019 \end{pmatrix}}}$$

$$\mathbf{P}_{k+1}^- = \mathbf{A}_0 \cdot \mathbf{P}_k^+ \mathbf{A}_0^T + \mathbf{Q}_0 \quad \text{Prädiziere Fehlerkovarianz}$$

$$\mathbf{P}_{k+1}^- = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0,01 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0,01 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0,01 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,01 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0,01 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0,01 & 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 10^{-5} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10^{-5} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10^{-5} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10^{-5} \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{P}_{k+1}^- = \begin{pmatrix} 0,01001 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,01001 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1,00001 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1,00001 \end{pmatrix}$$

## 5.3 Matlab-Simulationsparameter

Abtastintervall

$$\Delta t = 0,005s$$

Messung

$$x\_mes = x\_ideal$$

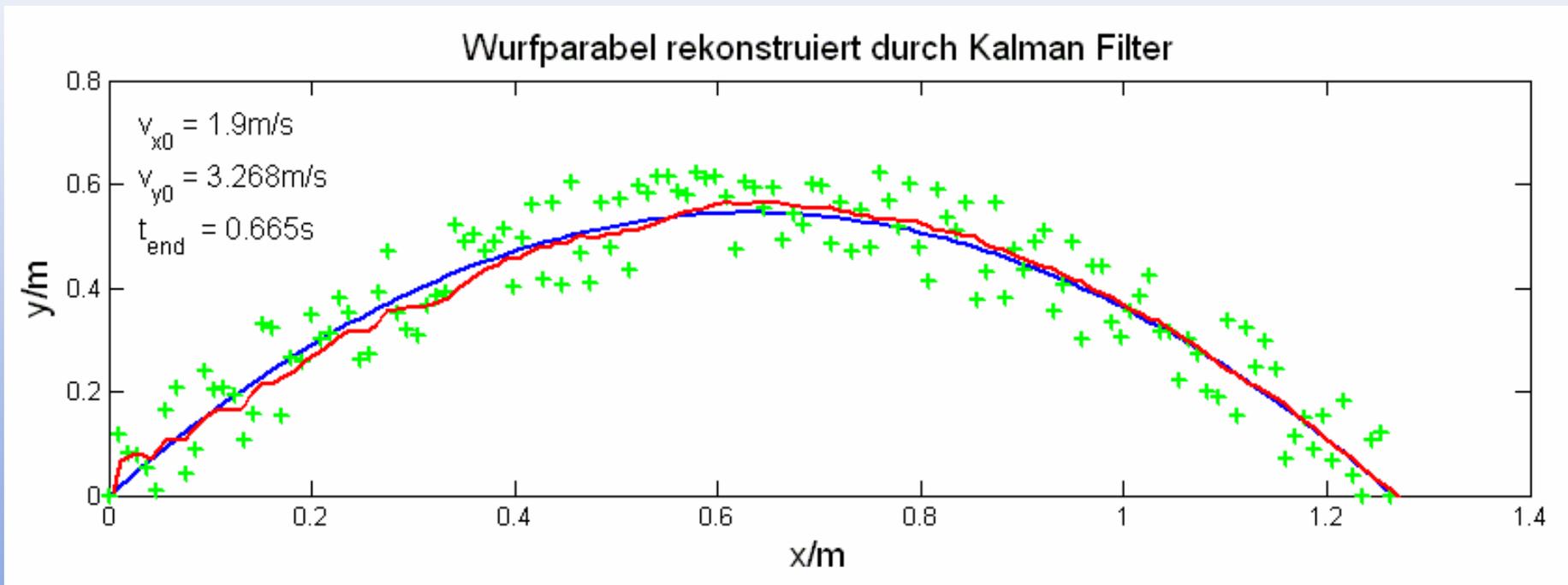
$$y\_mes = y\_ideal + random$$

random entspricht Zufallswert von -0,1 bis +0,1  
sollte  $y\_mes$  negativ sein, dann  $y\_mes = 0$

Erdbeschleunigung

$$g = 9,80665 \frac{m}{s^2}$$

## 5.5 Matlab-Simulationsergebnis

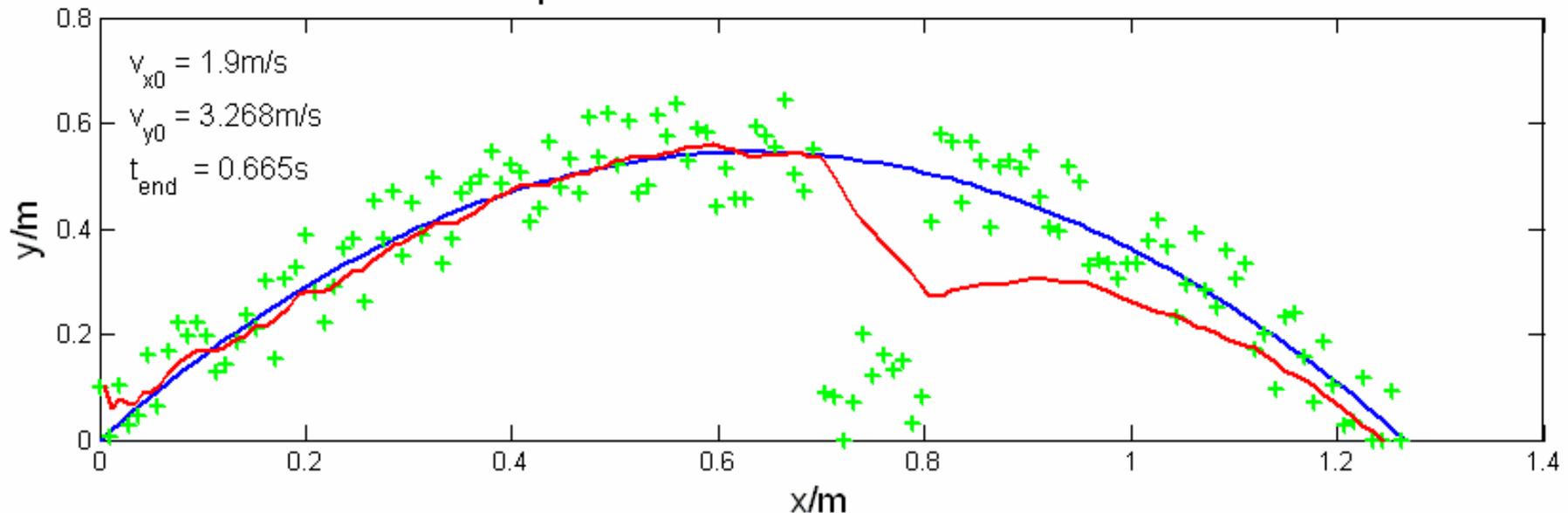


blau: Ideale Wurfparabel  
grün: Messpunkte  
rot: Wurfparabel rekonstruiert durch Kalman Filter

## 6 Objektverfolgung

Störsimulation: Kurzzeitige Verdeckung der Objektbahn

Wurfparabel rekonstruiert durch Kalman Filter



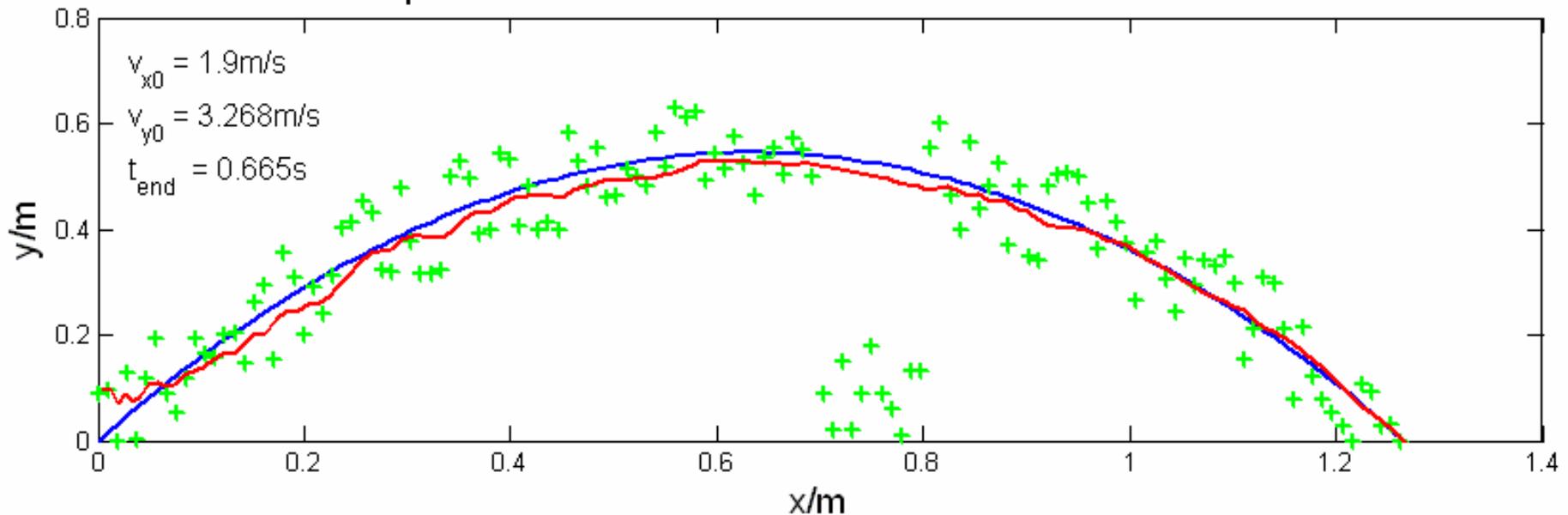
blau: Ideale Wurfparabel  
grün: Messpunkte  
rot: Wurfparabel rekonstruiert durch Kalman Filter

## 6 Objektverfolgung

Lösung: Suchfenster

außerhalb des Suchfenster:  $R_k = 1$

Wurfparabel rekonstruiert durch Kalman Filter mit Suchfenster



blau: Ideale Wurfparabel  
grün: Messpunkte  
rot: Wurfparabel rekonstruiert durch Kalman Filter



## 7. Zusammenfassung

- Übersicht zum diskreten Kalman-Filter
- Simulationsbeispiel
  
- + rekursives Filter, gut für Echtzeitanwendungen
- o Systemzustände müssen durch die Messung beobachtbar sein
- - Achten auf nötige numerische Genauigkeit des Systems

## **8. Ausblick Masterarbeit**

- Sensordatenfusion von Laserscanner und Kamera
  
- Objektverfolgung basierend auf das Kalman Filter für Fahrerassistenzsysteme
  
- Dynamisches Modell für das Fahrzeug
  - Moving Average Filter im Faust durch Kalman Filter ersetzen.

## 9. Externe Motivation: Siemens VDO Automotive

### Verantwortungsbereich/Aufgaben

Als Entwicklungsingenieur sind Sie verantwortlich für:

- Konzeption, Entwicklung und Implementierung von Algorithmen zur

Fahrumgebungserfassung für Fahrerassistenzsysteme

- Algorithmen zur Klassifikation und OCR
- Erstellung von Spezifikationen und Dokumentationen
- Erstellung von Softwaremodulen in C/C++ für Fahrerassistenzapplikationen

### Verantwortungsbereich/Aufgaben

Als Software-Entwickler für Embedded Systeme (Bildverarbeitung, Radar, Laser) sind Sie verantwortlich für:

- Analyse von Kunden- und Produktrequirements
- Entwicklung von SW von der Konzeptfindung über Design, Implementierung und Test bis hin zur Serienreife
- Problemanalyse, Problemverfolgung und Problemlösung
- Entwicklung entsprechend den Qualitätsrichtlinien für embedded SW für Automobiltechnik
- Anleitung neuer SW-Mitarbeiter
- Abstimmung der Aktivitäten mit mehreren SW-Projektmanagern bezüglich Wiederverwendung der SW-Module in den Projekten.

## 9. Externe Motivation: Ibeo

### Entwickler in der Forschungsabteilung

#### Stellenbeschreibung:

- Softwareentwickler und Applikationsingenieur mit hardwareorientierter Ausrichtung
- Entwicklung von Algorithmen für Sensoren bis hin zur Fahrerassistenzapplikation auf den Versuchswagen
- Alle Plattformen, insbesondere PC unter Windows

Ziel des IPs SAFESPOT ist das Erfassen gefährlicher Fahr- und Verkehrszustände bereits vor deren Auftreten. Auf diese Weise können sowohl Fahrzeugführer als auch aktive Sicherheitssysteme rechtzeitig mit Daten zu Gefahrensituationen informiert und eine unfallvermeidende Fahrweise eingeleitet werden.

### SAFEPROBE

Ibeo liefert zwei ALASCA XT Laserscanner und entwickelt ein kooperatives Objekttracking und Objektklassifikation, das Informationen über Objekte aus der Fahrzeug-Fahrzeug und Fahrzeug-Infrastruktur Kommunikation integriert.

### INFRASENS

Ibeo liefert zwei ALASCA XT Laserscanner für den Einsatz als Kreuzungssensoren. Neben erweitertem Objekttracking und -klassifikationsverfahren werden in diesem Zusammenhang auch Verfahren zur besseren Erfassung von Umweltbedingungen (Regen Schnee, Nebel) entwickelt.



## **Literatur**

- [1] Föllinger, O.: Regelungstechnik, 8., überarbeitete Auflage, 1994, Hüthig
- [2] Nischwitz, A., Haberäcker, P.: Masterkurs Computergrafik und Bildverarbeitung, 1. Auflage, 2004, Friedr. Vieweg Sohn Verlag/GWV Fachverlage GmbH, Wiesbaden
- [3] Kirchner, A.: Dissertation, Sensordatenverarbeitung eines Laserscanners für autonome Fahrfunktionen von Kraftfahrzeugen, 2000, Universität der Bundeswehr Hamburg
- [4] Stüker, D.: Dissertation, Heterogene Sensordatenfusion zur robusten Objektverfolgung im automobilen Straßenverkehr, 2003, Carl von Ossietzky-Universität Oldenburg
- [5] Cordes, S.: Masterarbeit, Automatischer Bremsassistent auf Basis einer Laserscanner-Abstandserfassung für ein fahrerloses Transportsystem, 2006, HAW-Hamburg
- [6] [www.siemensvdo.de](http://www.siemensvdo.de)
- [7] [www.ibeo-as.com](http://www.ibeo-as.com)



Vielen Dank für die Aufmerksamkeit