



Hochschule für Angewandte Wissenschaften Hamburg  
*Hamburg University of Applied Sciences*

# Seminararbeit

Nico Manske

Verfahren zur Positionsbestimmung im  
Indoor-Bereich

Nico Manske  
Verfahren zur Positionsbestimmung im  
Indoor-Bereich

Seminararbeit eingereicht im Rahmen der Ringvorlesung  
im Studiengang Master Informatik  
am Department Informatik  
der Fakultät Technik und Informatik  
der Hochschule für Angewandte Wissenschaften Hamburg

Betreuender Professor : Prof. Dr. -Ing. Bernd Schwarz

Abgegeben am 28. Februar 2008

**Nico Manske**

## **Thema der Seminararbeit**

Verfahren zur Positionsbestimmung im Indoor-Bereich

## **Stichworte**

Pose Estimation, Pose, Positionsbestimmung, Posenbestimmung, Indoor, Navigation, 3D-Kameramodell

## **Kurzzusammenfassung**

Diese Seminararbeit gibt einen Überblick vorhandener Techniken zur Posenbestimmung im Indoor-Bereich. Des Weiteren wird ein 3D-Kameramodell vorgestellt, welches im Projektkurs zur Ermittlung der Lage und Position von kleinen mobilen Plattformen im Indoor-Bereich entwickelt wurde. Das Kameramodell zeichnet sich durch eine Genauigkeit im Millimeterbereich und eine leichte Kalibrierbarkeit aus. Mit Hilfe dieses Kameramodells kann die Lage einer Kamera in einem Raum in Bezug zu diversen Passmarken ermittelt werden. Die Recherche der existierenden Prinzipien wird durchgeführt, um auszuschließen, dass bereits vorhandene Techniken besser für den Einsatz geeignet sind oder einfacher angewendet werden können. Ausgehend von den erreichten Ergebnissen des parallelen Projektkurses ist die Erstellung einer Masterarbeit zur Realisierung und Erweiterung eines prototypischen Posenbestimmungs-Moduls geplant.

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Prinzipien der Indoor-Positionsbestimmung</b>	<b>2</b>
2.1	Trägheitssensoren am Objekt . . . . .	2
2.2	Senden und Empfangen von Schallwellen . . . . .	3
2.3	Radio- und Mikrowellen . . . . .	4
<b>3</b>	<b>Photogrammetrisches 3D-Kameramodell zur Ermittlung der Pose</b>	<b>5</b>
3.1	Kameraparameter des Modells . . . . .	6
3.2	Linsenverzeichnungskorrektur zur Erhöhung der Genauigkeit . . . . .	7
3.3	Verwendung von Passmarken als Bezugspunkte . . . . .	7
3.4	Vorgehensweise bei der Posenbestimmung . . . . .	8
3.4.1	Berechnungsansatz der Posenbestimmung . . . . .	8
3.5	Kriterien des Modells . . . . .	9
<b>4</b>	<b>Zusammenfassung</b>	<b>9</b>
<b>5</b>	<b>Ausblick auf die Masterarbeit</b>	<b>10</b>
	<b>Tabellenverzeichnis</b>	<b>11</b>
	<b>Abbildungsverzeichnis</b>	<b>12</b>
	<b>Literatur</b>	<b>13</b>
	<b>Glossar</b>	<b>15</b>
<b>A</b>	<b>Nicht berücksichtigte Prinzipien</b>	<b>16</b>
<b>B</b>	<b>Abbildungen</b>	<b>17</b>
B.1	Modulübersicht der zu entwickelnden Module . . . . .	17
B.2	Ergänzende Abbildungen zu den existierenden Techniken . . . . .	17
B.3	Linsenverzeichnung zur Erhöhung der Genauigkeit . . . . .	18
B.4	Überblick der Vorgehensweise bei der Posenbestimmung . . . . .	19
<b>C</b>	<b>Berechnungsansatz für die Ermittlung der Pose</b>	<b>20</b>
C.1	Nichtlineare Ausgleichung mit der Newtonschen Nullstellensuche . . . . .	20
C.2	Vorausgesetzte Formeln der Berechnung . . . . .	20
C.3	Formeln und Ableitungen aus der Berechnung . . . . .	22

# 1 Einleitung

Im Bereich der Technischen Informatik an der HAW Hamburg wird im Kontext der FAUST-Projektes Technologie für Fahrerassistenz- und Autonome Systeme entwickelt. Schwerpunkte in diesen Projekten bilden die Sensorik, Telemetrie und digitale Bildverarbeitung, Echtzeitsysteme und Bussysteme, Software- und Hardwarearchitekturen und Algorithmen und Steuerung. Die FAUST-Projekte dienen der Durchführung von Entwicklungs- und Forschungsprojekten im Bereich von verteilten Hard Real-Time Systemen.

Es wurden bereits automatische Brems-, Ausweich- und Einparkassistenten mit Laserscannerbasierten Objekterkennungsmodellen für das *SCV* (Sensor Controlled Vehicle) entwickelt und auf verteilten PC-104 Rechnerkomponenten implemetiert. Eine weitere notwendige Funktion für ein autonomes Fahrzeug ist ein Navigationsmodul für virtuelle Fahrspuren und zum autonomen Abfahren vorgegebener Strecken. Zur Realisierung eines Navigationssystems ist zunächst eine Posenbestimmung<sup>1</sup> notwendig, weil Informationen über die Position und Lage des Objektes für Entscheidungen bezüglich der Wegfindung vorausgesetzt werden. Des Weiteren soll dieses Modul zur Verwendung auf nahezu allen mobilen Plattformen geeignet sein.

Aus der Vorlesung Anwendungen I (TI) entstand die Idee die digitale Bildverarbeitung als Grundlage für die Umsetzung dieses Moduls zu nutzen. Das 13 Parameter 3D-Kameramodell aus der Vermessungstechnik ist für die Entwicklung eines prototypischen Posenbestimmungsmoduls im Rahmen des Projektes einsetzbar. Um das Projekt in einem realisierbaren Umfang zu halten, fand die Entwicklung zunächst auf einer eigenständigen Basis ohne Kooperation zum FAUST-Projekt statt. Die spätere Portierung der zu entwickelnden Lösung auf ein FAUST-Projekt ist nicht Inhalt dieses Projektes.

In dieser Arbeit werden verschiedene Prinzipien zur Posenbestimmung im Indoor-Bereich dargestellt und anhand der aufgestellten Projekt-Anforderungen gegenübergestellt und bewertet. Die im Projektkurs eingesetzte Variante wird ebenfalls erläutert und an den Projektanforderungen bewertet. Somit dient diese Arbeit unter anderem der Recherche, um auszuschließen, dass das verwendete Modell für das zu lösende Problem ungeeignet ist.

## **Aufbau der der Arbeit**

Im Anschluss an diese Einleitung werden in Kapitel 2 die existierenden Prinzipien der Positionsbestimmung im Indoor-Bereich erläutert, deren Vor- und Nachteile genannt und anhand der Projektanforderungen bewertet. Danach wird in Kapitel 3 die im Projektkurs verwendete Variante der Posenbestimmung mit einem 3D-Kameramodell erläutert und ebenfalls in Bezug auf die Projektanforderungen bewertet. Eine Zusammenfassung der gewonnenen Erkenntnisse wird in Kapitel 4 vorgenommen gefolgt vom Ausblick auf die Masterarbeit in Kapitel 5.

---

<sup>1</sup>Pose - kombinierte Angabe der Position und der Orientierung im dreidimensionalen Raum

## 2 Prinzipien der Indoor-Positionsbestimmung

In diesem Kapitel werden existierende Prinzipien vorgestellt und ihre Vor- und Nachteile genannt (vgl. [13]). Es werden keine kompletten Lösungen vorgestellt, sondern nur die Grundlagen und Funktionsweisen der verschiedenen Sensoren beschrieben. Diese Recherche soll einen Überblick der vorhandenen Techniken geben und zur Bewertung der vorgeschlagenen Technik für das Projekt beitragen. Am Ende dieses Kapitels werden die einzelnen Prinzipien und deren Eignung für das Projekt übersichtlich in der Tabelle 1 dargestellt. Der Anhang A enthält eine Analyse weiterer Prinzipien die aufgrund ihrer Eigenschaften bereits im Vorfeld ausgeschlossen wurden.

### 2.1 Trägheitssensoren am Objekt

Inertiale Navigationssysteme (INS) werden häufig in Schiffen, U-Booten und Flugzeugen eingesetzt. Schon vor Jahrzehnten, lange bevor Computer ausgereift waren wurden diese Systeme bereits verwendet, aber der Einzug in die computergestützte Navigation erfolgte erst nach den noch folgenden Prinzipien. In Abbildung 1 ist ein beispielhafter Aufbau eines solchen Systems dargestellt.

Ein inertiales Navigationssystem, in diesem Fall mit Trägheitssensoren ausgestattet, ist in der Lage die eigene Position und Geschwindigkeit ohne Bezug zur Umgebung zu bestimmen. Bei diesem Prinzip werden ständig die Beschleunigungen der, in den drei orthogonalen Achsen installierten, Beschleunigungssensoren (Accelerometers) gemessen. Die einfache zeitliche Integration der Beschleunigungen  $a_{x,y,z}(t)$  liefert die Geschwindigkeit  $v_{x,y,z}(t)$  und deren Integration ergibt die zurückgelegten Strecken  $x(t)$ ,  $y(t)$  und  $z(t)$ . Um die Genauigkeit zu erhöhen, muss jedoch der Gravitationseffekt rechnerisch von den Werten der vertikalen Beschleunigungssensoren abgezogen werden (vgl. [9], [13], [3]).

Kreisel (Gyroscopes) sind im Idealfall absolut Raum stabil und somit sehr gut für die Bestimmung der Orientierung (Orientation) geeignet. Die Kreiselplattform liefert Orientierungsdaten durch die Integration der Kreiselergebnisse und registriert somit Lageveränderungen des Objektes. Das in Anhang B.2 abgebildete Blockschaltbild visualisiert die Abfolge der Positionsbestimmung. In Verbindung der Orientierungsdaten des Kreisels und der Daten der Beschleunigungssensoren wird schließlich die Lage und die Position (Pose) des Objektes bestimmt. Bei dieser Variante handelt es sich um eine relative Bestimmung der Pose, denn die Bestimmung der Pose kann nur relativ zum Ausgangspunkt erfolgen. Der Ausgangspunkt entspricht dabei der Startgeschwindigkeit in den drei Richtungen. Die Koordinaten im Weltkoordinatensystem müssen durch Umrechnung der ermittelten Daten in Verbindung mit Startwerten berechnet werden. In der Praxis werden diese Systeme oft in Verbindung mit anderen Navigationssystemen wie GPS eingesetzt was zu einer Genauigkeit im Meter-Bereich unabhängig von der vergangenen Zeit führt. In Bezug auf die später in diesem Kapitel aufgeführten Anforderungen entstehen folgende Vor- und Nachteile.

#### Vorteile

- Für die Inbetriebnahme ist kein Einrichtaufwand erforderlich.

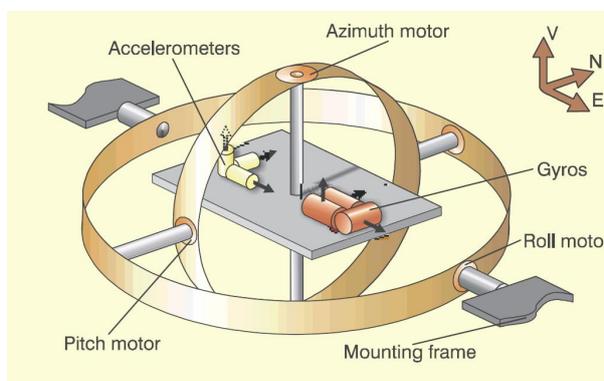


Abb. 1: kardanisch aufgehängte Trägheits- Bewegungseinheit (vgl. [9])

- Bei dieser Technik liegt ein abgeschlossenes und vollständig eigenständiges System vor.
- Das System ist gegen die in den Anforderungen in Kapitel 2 genannten äußeren Einflüsse unempfindlich, eine Ausnahme bilden mechanische Erschütterungen.
- Es liegen sehr geringe Verzögerungszeiten vor (nur wenige ms).
- Das Verfahren kann mit einer Abtastrate von 1000 Hz eingesetzt werden.

### Nachteile

- Fehler in der Messung (oder bei Kalibrierung) werden mit zunehmender Messzeit ständig größer.
- Sehr genaue Kreisel sind sehr kostspielig (mehrere tausend Euro) und zu groß für kleine mobile Plattformen wie zum Beispiel das SCV.

## 2.2 Senden und Empfangen von Schallwellen

Schallwellen können verwendet werden, um die Position zu bestimmen, wobei die bekanntesten Methoden der Einsatz von Ultraschallwellen in Form von Echolot und Sonar auf U-Booten, Schiffen und in der Medizin sind.

Bei dem in Abbildung 2 visualisierten Prinzip wird durch die Messung der Signallaufzeit von Ultraschallimpulsen die Entfernung (Abstand  $r$ ) zu Gegenständen bestimmt. In der Abbildung 2 wird anschaulich dargestellt, dass der Empfänger gleichzeitig der Sender ist und Gegenstände im Raum (Objekt) die gesendeten Schallwellen (Originalwelle) reflektieren (reflektierte Welle). Durch den Einsatz von Schallwellen können Multipath Reflektionen<sup>2</sup> entstehen, die zu unberechenbaren Abweichungen führen können. In aktuellen Varianten werden Reflektionen durch das Ausblenden bereits empfangener Signale verhindert, somit werden Reflektionen nicht registriert. Ultraschallwellen liegen im Bereich von 20 kHz - 1 GHz und sind somit vom Menschen nicht wahrnehmbar. Meistens werden Frequenzen im Bereich von 40 - 80 kHz eingesetzt, um Umgebungsschallwellen und Interferenzen auszublenden. Des Weiteren ist durch die hohe Frequenz eine höhere Auflösung realisierbar. Im Folgenden werden die Nachteile dieser Variante genannt, Vorteile sind keine hervorzuhebenden vorhanden.

### Nachteile

- Die Geschwindigkeit von Schallwellen ist stark abhängig von Luftströmen, der Temperatur und der Luftfeuchtigkeit. Die Geschwindigkeit ändert sich um 0.1 % pro 1° C Temperaturveränderung. Daraus ergibt sich ein Fehler von 1 mm pro Meter pro °C Temperaturänderung.
- Die Abtastrate liegt bei 10 Hz. Diese relativ langsame Abtastrate entsteht durch die langsame Ausbreitung der Schallwellen (ca. 3 ms pro Meter, 343 m/s).

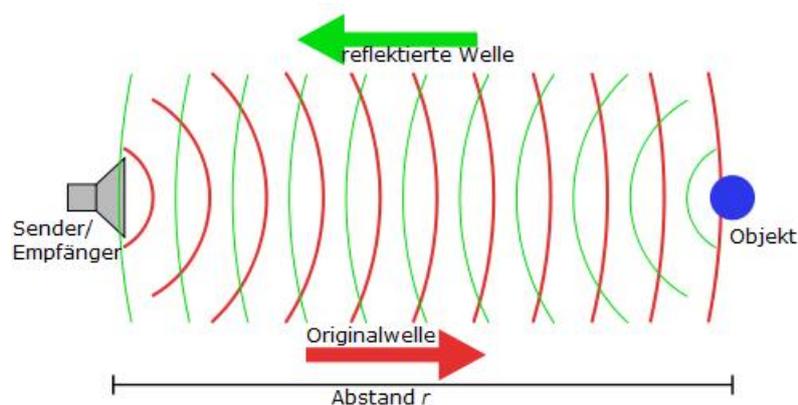


Abb. 2: Prinzip der Messung der Signallaufzeit von Schallwellen

<sup>2</sup>Multipath Replektionen - Wände und Gegenstände in Räumen sorgen für starke Reflektionen, Multipath Reflektion sind die Summe von einer oder mehrerer Signalreflektionen

## 2.3 Radio- und Mikrowellen

Radio- und Mikrowellen sind weit verbreitet in Navigationssystemen, Flughafen-Landehilfen (Landfunkfeuer) sowie in der bekanntesten Anwendung dem Radar. Im Outdoor-Bereich ist diese Technik neben dem GPS die meist verwendete Technik zur Positionsbestimmung. Während diese Technik zur Zeit meist in größeren Systemen eingesetzt wird, wird die Variante in Zukunft, wenn die Technologie präziser und günstiger ist, auch in kleineren Tracking-Systemen genutzt werden.

Ebenso wie bei Schallwellen wird hier die Signallaufzeit (Echos) zur Feststellung der Position gemessen. Radiowellen sind eine Millionen mal schneller als Schallwellen, dadurch sind die Abstände zwischen den einzelnen Messungen wesentlich geringer als bei der Messung mit Ultraschallwellen. Die hohe Geschwindigkeit der Radiowellen (Lichtgeschwindigkeit, 299.792.458 m/s) erschwert jedoch die Ermittlung der Position im Millimeter-Bereich, denn für diese Genauigkeit wäre eine Messung der Signale mit einem Abstand von ca. 3 Pikosekunden (333 GHz) nötig. Die Vor- und Nachteile beim Einsatz von Radio- und Mikrowellen werden im Folgenden genannt.

### Vorteile

- Radio- und Mikrowellen zeichnen sich durch eine sehr geringe Absorptionen aus.
- Sie werden nicht beeinflusst von Luftströmen, Luftfeuchtigkeit und Lufttemperatur.
- Diese Technik stellt hohe Abstraten bei den Messungen zur Verfügung.

### Nachteile

- Bei Nutzung von sinusförmigen Signalen mit großer Wellenlänge entsteht die Gefahr von bereits erwähnten Multipath Reflektionen, im Indoor-Bereich sind viele Reflektionen nicht verhinderbar.
- Genauigkeit im Millimeter-Bereich erfordert zu geringe Abstände zwischen den Messungen (3 ps).

## ZUSAMMENFASSENDE ÜBERBLICK DER KRITERIENMATRIX

Jedes der Prinzipien hat Vorteile und Nachteile. In der Praxis werden Prinzipien oft kombiniert (hybride Lösung), um die Nachteile der einzelnen Lösung auszugleichen (vgl. [4]).

In den meisten Fällen entscheiden die Rahmenbedingungen in der Umgebung und die Anforderungen des Projektes über die zu verwendenden Prinzipien. In nahezu allen Projekten müssen vorgegebene Bedingungen und Einschränkungen berücksichtigt werden bei der Auswahl der angewandten Technik.

Um eine Bewertung der vorgestellten Prinzipien in Bezug zur Verwendung in diesem Projekt vornehmen zu können, sind die unten aufgeführten Projektanforderungen zu beachten.

## Anforderungen

- skalierbar von kleinen Räumen bis auf Lagergröße
- genau bis in den Millimeterbereich - in Lagern müssen Kollisionen mit Gegenständen ausgeschlossen werden
- robust gegen Umgebungseinflüsse - Einflüsse wie Licht, Akustik, Hitze, Magnetfelder oder Radiowellen
- geringes Gewicht und Größe - zur Installation auf einer kleinen mobilen Plattform
- hohe Abstrate (Ziel: 10 Hz) - Plattform befindet sich in Bewegung
- günstig (Hardware-Kosten)
- sparsam (Energie) - mobile Plattformen verfügen über begrenzte Energieressourcen
- flexibel, günstig änderbar - der Aufwand nach Umbaumaßnahmen im Lager ist zu berücksichtigen (Kalibrierungsaufwand)

- frei beweglich - sechs Freiheitsgrade für die freie Veränderung der Orientierung und der Position

In der Tabelle 1 werden die Bewertungen der einzelnen Technologien zusammenfassend dargestellt. Die Bewertung erfolgte anhand der oben aufgestellten Anforderungen und bezieht sich auf die Eignung für den Einsatz im Projekt.

Tabelle 1: Bewertung der Prinzipien an den Projektanforderungen

Kriterien	existierende Prinzipien zur Positionsbestimmung				
	mechanisch	Trägheits-sensoren	akustisch	magnetsich	Radio-/Mikrowellen
frei beweglich	--	++	++	++	++
Skalierbarkeit	--	++	o	o	++
Kosten / Hardwareaufwand	--	--	o	+	--
Genauigkeit	+	+	+	+	++
Anfälligkeit	++	o	--	--	--
Größe/Gewicht der Sensoren	++	-	o	++	-
Abtastrate	o	++	-	+	++
flexibel änderbar	--	++	o	o	++
Energieverbrauch	+	+	+	+	o
Kalibrieraufwand	--	--	-	o	++

nach Eignung für Projekt    -- sehr schlecht    - schlecht    o ausgeglichen    + gut    ++ sehr gut

### 3 Photogrammetrisches 3D-Kameramodell zur Ermittlung der Pose

In diesem Kapitel wird das im Projekt verwendete photogrammetrische 3D-Kameramodell beschrieben. Diesem Modell liegt die bildbasierte Bestimmung von Punktkoordinaten zugrunde mit dessen Hilfe die Vermessung der Lage, der Größe und der Form von Objekten realisiert wird. Eine mathematische Beschreibung des Abbildungsvorgangs eines Raumpunktes auf die Bildebene wird durch dieses Modell ausgedrückt. Das Modell hat sich in der Vermessungstechnik bewährt und zeichnet sich durch eine Genauigkeit im Millimeterbereich und eine leichte Kalibrierbarkeit aus (vgl. [11]). Die 13 charakteristischen Parameter werden in den folgenden Abschnitten erläutert.

Zum Verständnis der nächsten Abschnitte werden die folgenden vier Koordinatensysteme vorausgesetzt. In Abbildung 3 sind die vier Koordinatensysteme und deren Beziehung zueinander abgebildet.

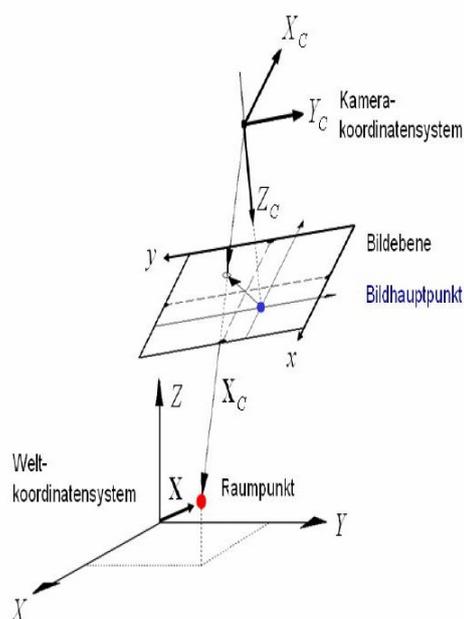


Abb. 3: Koordinatensysteme des 3D-Kameramodells (vgl. [11])

### Weltkoordinatensystem

Das Weltkoordinatensystem bezeichnet das reale Koordinatensystem in dem wir uns befinden. Von diesem Koordinatensystem ausgehend erfolgt die Kalibrierung des Systems. Die Angabe der Koordinaten wird in 3D-Vektoren vorgenommen.

### Projektionszentrumkoordinatensystem

Dieses Koordinatensystem wird auch als Kamerakoordinatensystem bezeichnet in dem die Kamera den Koordinatenursprung darstellt. Die Angabe der Koordinaten erfolgt ebenfalls in 3D-Vektoren.

### Bildkoordinatensystem

Dieses zweidimensionale Koordinatensystem liegt im 2D-Abbild der Umgebung in dem die Koordinaten in 2D-Koordinaten vorliegen. Die Angabe der Koordinaten erfolgt in Pixel, wobei der maximale Pixelwert in x-Richtung der Bildbreite und in y-Richtung der Bildhöhe entspricht. Der Koordinatenursprung liegt in der oberen linken Ecke.

### Bildhauptpunktkoordinatensystem

In diesem Koordinatensystem liegen die Koordinaten ebenfalls in 2D-Koordinaten vor, jedoch erfolgt die Angabe in einer metrischen Einheit (mm). Der Koordinatenursprung ist in diesem Fall der Bildhauptpunkt, welcher im Mittelpunkt des Bildes liegt.

## 3.1 Kameraparameter des Modells

Die 13 Parameter des Modells setzen sich aus sechs externen und sieben internen Parametern zusammen. Sowohl die externen als auch die internen Parameter lassen sich nicht direkt messen, sie müssen bestimmt beziehungsweise berechnet werden.

**Externe Parameter** Die sechs externen Kameraparameter geben die Position und die Orientierung (Pose) der Kamera in Bezug zum Weltkoordinatensystem an. Zur Angabe der Position werden die 3D-Koordinaten  $t_x, t_y, t_z$  verwendet. Sie bezeichnen den folgenden Translationsvektor.

$$\vec{t} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

Zur Angabe der Orientierung der Kamera werden die Winkel  $\alpha, \beta, \gamma$  genutzt. Die Winkelbezeichnungen und deren Bedeutung sind unten aufgelistet. In Abbildung 4 werden die externen Parameter und deren Lage im Weltkoordinatensystem veranschaulicht.

- $\alpha$  Winkel um die z-Achse (Rollwinkel)
- $\beta$  Winkel um die y-Achse (Gierwinkel)
- $\gamma$  Winkel um die x-Achse (Nickwinkel)

Jeder der Parameter entspricht einem Freiheitsgrad, weil die Parameter nicht von einander abhängig sind. Jedoch darf keiner der Freiheitsgrade fehlen. In diesem Fall wäre das System nicht eindeutig. Es ist aber gestattet das System um Freiheitsgrade zu minimieren, mit der Auswirkung das der Parameter des entfernten Freiheitsgrades nicht mehr variabel wäre. Allgemein gilt, das System ist um so flexibler je mehr Freiheitsgrade

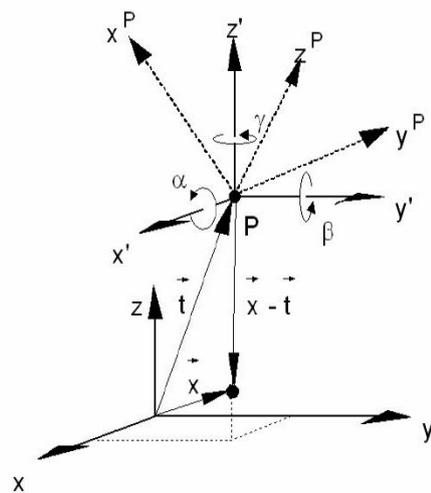


Abb. 4: Kameraparameter des Modells im Weltkoordinatensystem (vgl. [11])

existieren. Es ist aber zu beachten, dass sich die mathematische Komplexität mit jedem weiteren Freiheitsgrad erhöht (Anzahl der Unbekannten).

**Interne Parameter** Die Bildhauptpunktverschiebung angegeben durch eine 2D-Koordinate ( $\Delta u_h, \Delta v_h$ ) enthält zwei der sieben internen Parameter. Durch die Bildhauptpunktverschiebung wird der Durchstoßpunkt der optischen Achse durch die Bildebene beschrieben. Ein weiterer Parameter ist die Kammerkonstante oder auch Bildweite  $c$ . Die Linsenverzeichnung wird durch die Parameter  $K_1, K_2, P_1, P_2$  angegeben. Für die Bestimmung der internen Kameraparameter muss kein Aufwand betrieben werden, sie können durch die initiale Kalibrierung der verwendeten Kamera bestimmt werden. Die photogrammetrische Vermessungssoftware *Photomodeler*<sup>3</sup> stellt Funktionen zur initialen Kalibrierung mit Hilfe einer ausgedruckten Kalibrieranordnung bereit (vgl. [2]). Anschließend können die internen Parameter in der Software ausgelesen werden.

### 3.2 Linsenverzeichnungskorrektur zur Erhöhung der Genauigkeit

Alle handelsüblichen Objektive weisen bedingt durch die Krümmung der Linse eine radialsymmetrische und tangentiale Linsenverzeichnung auf. Die Auswirkung der Verzeichnung ist umso stärker je weitwinkliger das Objektiv ist und nimmt vom Bildhauptpunkt ausgehend nach außen zu. Als Folge treten tonnen- oder kissenförmige Verzeichnungen der Bilder auf. Eine Korrektur der Verzeichnung ist notwendig, um die Genauigkeit zu erhöhen, denn in diesem Projekt wird eine Genauigkeit im Sub-Pixelbereich angestrebt. Das Modul zur Linsenverzeichnungskorrektur wurde im Projekt implementiert indem zunächst wurde ein komplettes Bild korrigiert. Dieser Vorgang ist sehr zeitaufwendig, die Zeit wird von der Größe (Pixelanzahl) des zu korrigierenden Bildes beeinflusst. Bei der Posenbestimmung genügt es jedoch die Bildpunkte der angegebenen Bezugspunkte zu korrigieren, weil nur diese von Belang sind. Dieser Fakt beschleunigt die Korrektur massiv, denn es werden lediglich die Bildpunkte der angegebenen Passmarken korrigiert, während zuvor jeder Bildpunkt des Bildes korrigiert wurde. Die in Abbildung 8 und 9 aus Anhang B.3 dargestellten Grafiken verdeutlichen die Auswirkung der Linsenverzeichnung.

### 3.3 Verwendung von Passmarken als Bezugspunkte

In dem verwendeten Modell werden mindestens drei Bezugspunkte, deren 3D-Koordinaten bekannt sind, vorausgesetzt, um die Position zu berechnen. Als Bezugspunkte müssen Passmarken verwendet werden, die unabhängig von der Betrachtungsperspektive eindeutig identifizierbar sind. Dabei hat die Verteilungsdichte der Marken einen Einfluss auf die Genauigkeit der Positionsbestimmung. Die Kodierung der Passmarken könnte wie in Abbildung 5 vorgenommen werden.

Die im 2D-Abbild (aufgenommenes Kamerabild) erkannten Bezugspunkte werden in das Welkoordinatensystem transformiert und somit den bekannten 3D-Koordinaten zugewiesen. Danach folgt die Berechnung der Position. Eine Erläuterung der Vorgehensweise bei der Berechnung folgt in Abschnitt 3.4.

Zur Erleichterung der Erkennung und zur Minimierung der Fehler durch Lichtverhältnisänderungen könnte die Passmarkenoberfläche

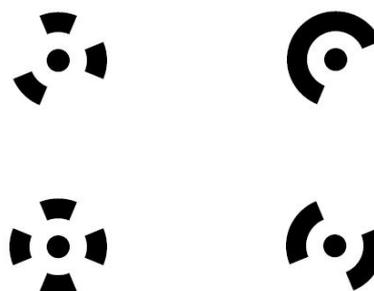


Abb. 5: Varianten der Passmarken

<sup>3</sup>Photomodeler - photogrammetrische Vermessungssoftware, bewährt in der Forensik, Unfall-Rekonstruktion, Erstellung von 3D-Modellen ...

zum Beispiel aus selbstreflektierendem Material bestehen. Die Erkennung und die anschließende Identifikation der Marken muss in Echtzeit erfolgen, wobei dieser Teil des System den größten Zeitraum in Anspruch nehmen wird. Dieses Problem wird der Zeit in einer Bachelorarbeit an der HAW behandelt. Nach Abschluss dieser Arbeit werden die Ergebnisse analysiert und auf Verwendbarkeit im Projekt beziehungsweise in der anschließenden Masterarbeit geprüft.

### 3.4 Vorgehensweise bei der Posenbestimmung

Die Bestimmung der Pose erfolgt in drei Schritten. Vorausgesetzt wird dabei die vorherige Kalibrierung der verwendeten Kamera und die Eingabe der daraus resultierenden internen Parameter in das System.

1. Erkennung von mindestens drei Passmarken im 2D-Abbild von denen Weltkoordinaten bekannt sind.
2. Linsenverzeichnungskorrektur der drei korrespondierenden Bildpunkte zur Erhöhung der Genauigkeit. Anschließend erfolgt die Umrechnung in Sensordaten (Pixel in Meter).
3. Berechnung des Translationsvektors (Lage) mit den Parametern  $t_x, t_y, t_z$  und die Berechnung der Rotationswinkel (Orientierung)  $\alpha, \beta$  und  $\gamma$ . Das Ergebnis enthält somit die Kameraposition und Orientierung im Raum aus Sicht des Weltkoordinatensystems. Dieser Schritt impliziert die perspektivische Transformation der abgebildeten 2D-Punkte in 3D-Punkte aus Sicht der Kamera (Kamerakoordinatensystem). Anschließend erfolgt die Berechnung der Kamerakoordinaten im Weltkoordinatensystem, durch die Anwendung der perspektivischen Projektion (vgl. [11], [7]).

Die Pose der Kamera wird unter Verwendung der Rotationsmatrix, der Kamerakonstante und der Bildhauptpunktverschiebung berechnet. Eine Erläuterung des Berechnungsansatzes folgt im Abschnitt 3.4.1, eine Visualisierung der Vorgehensweise ist in Anhang B.4 zu finden.

#### 3.4.1 Berechnungsansatz der Posenbestimmung

An dieser Stelle soll verdeutlicht werden, dass der Schwerpunkt bei der Positionsbestimmung im Bereich der Mathematik und nicht der Softwareentwicklung liegt. Aufgrund der hohen mathematischen Komplexität werden in diesem Bericht nur die Ansätze der Berechnung vorgestellt. Ein detaillierterer Berechnungsansatz ist dem Anhang C.2 zu entnehmen.

Der Berechnung der Winkel (Orientierung) liegt eine Rotationsmatrix zugrunde. Die Rotationsmatrix wird in die Formeln für die Berechnung der Bildkoordinaten eines projizierten Punktes eingesetzt. Durch Umstellung der Formeln lassen sich die sechs gesuchten Parameter nicht berechnen. Nach der Umstellung nach 0 können die resultierenden Formeln (1) und (2) als Ausgangspunkt für die weitere Berechnung genutzt werden. Bei der Verwendung von drei Raumpunkten entsteht ein Gleichungssystem mit sechs Gleichungen und sechs Unbekannten.

$$fu_i = \Delta u_H - c * \frac{R_{11}(x_i - t_x) + R_{12}(y_i - t_y) + R_{13}(z_i - t_z)}{R_{31}(x_i - t_x) + R_{32}(y_i - t_y) + R_{33}(z_i - t_z)} - u_i = 0 \quad (1)$$

$$fv_i = \Delta v_H - c * \frac{R_{21}(x_i - t_x) + R_{22}(y_i - t_y) + R_{23}(z_i - t_z)}{R_{31}(x_i - t_x) + R_{32}(y_i - t_y) + R_{33}(z_i - t_z)} - v_i = 0 \quad (2)$$

Durch die in Anhang C.1 beschriebene nichtlineare Ausgleichung mit der Nullstellensuche nach Newton wird die Lösung realisiert. Die Implementierung der Posenbestimmung erfolgt unter der Verwendung der LTI Lib [1] denn diese bietet sowohl Funktionen für die Bildverarbeitung als auch Funktionen und Datentypen zum Lösen von Matrizen- und Gleichungssystemen.

### 3.5 Kriterien des Modells

Damit ein Vergleich dieses Modells mit den vorgestellten, alternativen Technologien durchführbar ist, werden ebenfalls die in Kapitel 2 aufgestellten Anforderungen genutzt.

Dabei fällt auf, dass es im Gegensatz zu den weiteren Techniken nur eine Einschränkung in der Abtastrate gibt. Es sind im Moment noch keine genauen Werte für die Abtastrate bekannt, jedoch ist durch Schätzung eine Rate um 10 Hz zu erwarten. Diese Rate ist für autonome Fahrzeuge relativ gering, aber durch die Berücksichtigung der Fahrzeugdaten kann dieser Nachteil ausgeglichen werden. Positiv fällt das geringe Gewicht auf, ebenso wie die geringen Hardware-Kosten (handelsübliche Digitalkamera), die verhältnismäßig sehr geringen Einrichtungskosten, die leichte Kalibrierbarkeit und die freie Beweglichkeit der mobilen Plattform. Die freie Beweglichkeit wird durch die sechs verfügbaren Freiheitsgrade gewährleistet.

In der folgenden Auflistung werden die einzelnen Anforderungen noch einmal übersichtlich dargestellt und bewertet.

- skalierbar von kleinen Räumen bis auf Lagergröße (+)
- genau bis in den Millimeterbereich (+)
- robust gegen Umgebungseinflüsse (o)
- geringes Gewicht und Größe (++)
- hohe Abtastrate (Ziel: 10 Hz) (-)
- günstig (Hardware-Kosten) (++)
- sparsam (Energie) (o)
- flexibel, günstig änderbar (++)
- frei beweglich (++)

## 4 Zusammenfassung

Das FAUST-Projekt im Bereich der Technischen Informatik an der HAW Hamburg benötigt ein Modul zur Positionsbestimmung zur Realisierung eines Navigations-Moduls für mobile Plattformen. In dieser Arbeit wurde eine Recherche der existierenden Prinzipien, die für den Einsatz im Indoor-Bereich geeignet sind, durchgeführt. Diese Recherche soll Aufschluss über die Verwendbarkeit der verschiedenen Technologien für das Positionsbestimmungs-Modul liefern. Des Weiteren wurde ein 3D-Kameramodell aus dem Projektkurs zur Bestimmung der Pose vorgestellt und auf Vor- und Nachteile gegenüber den existierenden Techniken geprüft.

In den vorangegangenen Kapiteln wurden verschiedene Prinzipien zur Positionsbestimmung vorgestellt und an den Projektanforderungen bewertet. Die Verwendung von Trägheitssensoren und Kreiseln aus Abschnitt 2.1 zeichnet sich durch ein abgeschlossenes, eigenständiges System ohne Einrichtungsaufwand bei der Inbetriebnahme aus. Es wird nicht durch Umgebungseinflüsse gestört und es liegen nur geringe Verzögerungswerte (wenige ms) vor, womit der Einsatz einer hohen Abtastrate von ca. 1000 Hz gewährleistet wird. Treten jedoch Fehler bei der Messung oder der Kalibrierung auf erhöht sich die Gesamtabweichung mit zunehmender Messzeit ständig. Die Ausschlusskriterien stellen bei dieser Technik aber der für das Projekt zu hohe Preis der ausreichend präzisen Kreisel sowie deren Größe und Gewicht dar.

Der Einsatz von Ultraschallwellen aus 2.2 weist keine hervorzuhebenden Vorteile auf, dagegen gibt es aber Nachteile, die gegen die Verwendung von Ultraschall sprechen. Die Geschwindigkeit von Schallwellen ist stark abhängig von Luftströmen, der Temperatur und der Luftfeuchtigkeit, was zur Abweichungen bei der Messung der Signallaufzeit führt. Als weiterer Nachteil kommt hinzu, dass eine relativ geringe Abtastrate (10 Hz) durch langsame Ausbreitung der Schallwellen zur Verfügung steht. Zusammenfassend ist die Abtastrate für den Indoor-Bereich ausreichend, jedoch ist das Prinzip aufgrund der starken Abhängigkeit vom Medium Luft und

der Empfindlichkeit gegenüber Umwelteinflüssen ungeeignet.

In Abschnitt 2.3 wurde die Nutzung von Radio- und Mikrowellen (Radar) für die Positionsbestimmung vorgestellt und deren Funktionsweise erläutert. Radiowellen weisen eine sehr geringe Absorption aus und werden nicht wie Schallwellen von Feuchtigkeit, Temperatur oder Strömen der Luft beeinflusst. Aufgrund der hohen Ausbreitungsgeschwindigkeit von ca. 3 ns pro Meter sind geringe Abstände zwischen den Messungen umsetzbar, doch diese Eigenschaft bereitet Probleme in Bezug auf die Genauigkeit. So wäre für die Genauigkeit der Messung im Millimeter-Bereich ein Abstand von 3 Pikosekunden zwischen den Messung notwendig, das entspricht einer Abtastrate von 333 GHz und würde einen sehr leistungsfähigen Prozessor nur für die Abtastung erfordern. Gegen die Ausstattung des Systems mit Radar spricht außerdem die Gefahr von Multipath Reflektionen der Radiowellen im Indoor-Bereich.

Das vorgestellte 3D-Kameramodell (Kapitel 3) aus dem Projektkurs ist skalierbar von kleinen Räumen bis auf Lagergröße, es ist genau bis in den Millimeter-Bereich und durch den Einsatz einer Digitalkamera als Bildquelle, ein Ansatz mit geringem Gewicht und geringer Größe. Zudem ist dieser Ansatz kostengünstig, flexibel und frei beweglich. Bezüglich der Umgebungseinflüsse ist diese Technik nur abhängig von den Lichtverhältnissen, aber diese können durch Verwendung spezieller Filter ausgeglichen werden. Ein Nachteil ist die relativ geringe Abtastrate von 10 Hz, aber hier kann eine Ausgleichung durch die Berücksichtigung der Fahrzeugdaten erfolgen.

Nach Auswertung der gewonnenen Erkenntnisse wird ersichtlich, dass keine der vorgestellten Techniken zur Anwendung im Projekt priorisiert werden kann. Es existieren jedoch auch keine Anforderungen oder Eigenschaften die gegen die Verwendung des 3D-Kameramodells aus dem Projektkurs sprechen.

## 5 Ausblick auf die Masterarbeit

Das Ziel ist es ein konfigurierbares Messsystem für mobile Plattformen zu schaffen. Das System soll nicht nur im FAUST-Kontext sondern auf nahezu jeder mobilen Plattform einsetzbar sein. Durch die Flexibilität in sechs Freiheitsgraden ist der frei bewegliche Einsatz realisierbar. Zunächst erfolgt jedoch eine eigenständige Entwicklung, wobei die spätere Portierung auf eine FAUST Plattform die erste Anwendung des Moduls darstellen wird.

Einer der nächsten Schritte ist die Bereitstellung einer konfigurierbaren Einschränkung ausgewählter Freiheitsgrade, um Abweichungen zu minimieren wenn bekannte Größen im System existieren. Zum Beispiel könnte eine Plattform die sich nur in der Ebene bewegt, wie zum Beispiel das SCV, auf den Freiheitsgrad  $t_z$  verzichten.

Ein sehr wichtiger noch offener Punkt ist die Genauigkeitsanalyse der ermittelten Werte, zur Angabe der Abweichungen bei der Ausgabe der Pose.

Ebenso fehlt bisher gänzlich ein Modul zur Erkennung und Identifikation der verwendeten Passmarken. Für diesen Zweck ist die in Abschnitt 3.3 genannte Bachelorarbeit nach Fertigstellung auf Verwendbarkeit und Genauigkeit zu prüfen.

Ein weiteres noch zu entwickelndes Modul ist das Bahnplanungsmodul für virtuelle Spuren, welches das autonome Abfahren einer vorgegebenen Strecke bereitstellen soll.

Eine Vision in Bezug auf dieses Thema ist der Verzicht auf Passmarken, die in dieser Lösung notwendig sind, um die Orientierung zu gewährleisten. Statt dessen könnte die Orientierung an vorhandenen markanten Raumpunkten erfolgen. Bei diesem Ansatz ist die Mathematik ähnlich, das größere Problem wäre die Erkennung der Passmarken. Dieses Ziel ist sehr schwer zu erreichen, doch dieses Thema wurde im Rahmen einer Bachelorarbeit bei Prof. Dr. -Ing. Meisel vor kurzem vergeben und befindet sich in Bearbeitung.

---

## Tabellenverzeichnis

1	Bewertung der Prinzipien an den Projektanforderungen . . . . .	5
---	--	---

## Abbildungsverzeichnis

1	kardanisch aufgehängte Trägheits- Bewegungseinheit (vgl. [9]) . . . . .	2
2	Prinzip der Messung der Signallaufzeit von Schallwellen . . . . .	3
3	Koordinatensysteme des 3D-Kameramodells (vgl. [11]) . . . . .	5
4	Kameraparameter des Modells im Weltkoordinatensystem (vgl. [11]) . . . . .	6
5	Varianten der Passmarken . . . . .	7
6	Modulübersicht des Posenbestimmungs-Projektes . . . . .	17
7	Blockschaltbild der Posenermittlung mit Trägheitssensoren (vgl. [13]) . . . . .	17
8	Auswirkungen der Linsenverzeichnung . . . . .	18
9	Veränderung des Radius durch die Linsenverzeichnung (vgl. [11]) . . . . .	18
10	Blockdiagramm der Vorgehensweise bei der Posenbestimmung (vgl. [12]) . . . . .	19

## Literatur

- [1] LTI Lib. Rheinisch Westfälische Technische Hochschule (RWTH), 2005. - URL <http://ltilib.sourceforge.net/doc/homepage/index.shtml>.
- [2] Photomodeler. Eos Systems Inc., 2008. - URL <http://www.photomodeler.com/index.htm>.
- [3] Neil Barbour and John Elwell. Inertial Instruments: Where To Now?, 2005. - URL <http://www.media.mit.edu/resenv/classes/MAS836/Inertialnotes/DraperOverview.pdf>.
- [4] Young Min Choi, Young Soo Suh, and Sang Kyeong Park. Pose Estimation from Landmark-based vision and inertial sensors. *SICE-ICASE, 2006. International Joint Conference*, pages 1668–1671, October 2006. - URL <http://ieeexplore.ieee.org/iel5/4108013/4108014/04109240.pdf?tp=&isnumber=4108014&arnumber=4109240&punumber=4108013>.
- [5] Martin A. Fischler and Robert C. Bolles. Random sample consensus: a paradigm for model fitting with applications to image analysis and automated cartography. *Communications of the ACM*, 6:381–395, 1981. - URL <http://doi.acm.org/10.1145/358669.358692>.
- [6] Sebastian Gregor. Entwicklung einer Hardwareplattform für die Ermittlung von Positionsdaten innerhalb von Gebäuden. Bachelorarbeit HAW Hamburg, 2006. - URL <http://users.informatik.haw-hamburg.de/~ubicomp/arbeiten/bachelor/gregor.pdf>.
- [7] Robert M. Haralick, Hyonam Joo, Chung-Nan Lee, Xinhua Zhuang and Vinay G. Vaidya, and Man Bae Kim. Pose Estimation from Corresponding Point Data. In *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, volume 19, pages 1426–1444, 1989. - URL <http://ieeexplore.ieee.org/iel1/21/1677/00044063.pdf?tp=&isnumber=&arnumber=44063>.
- [8] INDOOR. *Fördervorhaben INDOOR*, 2008. - URL <http://www.indoor-navigation.de>.
- [9] A.D. King. *Inertial Navigation - Forty Years of Evolution*. Marconi Electronics Systems Ltd. GEC REVIEW, 2005. - URL [http://www.imar-navigation.de/download/inertial\\_navigation\\_introduction.pdf](http://www.imar-navigation.de/download/inertial_navigation_introduction.pdf).
- [10] Hendrik Lemelson. Eine Übersicht über in- und outdoor positionierungssysteme. Studienarbeit Universität Mannheim, 2005. - URL [http://www.informatik.uni-mannheim.de/pi4/lectures/ws0506/seminar/Ausarbeitung\\_PositionierungUebersicht\\_Indoor\\_und\\_Outdoor\\_Positionierungssysteme.pdf](http://www.informatik.uni-mannheim.de/pi4/lectures/ws0506/seminar/Ausarbeitung_PositionierungUebersicht_Indoor_und_Outdoor_Positionierungssysteme.pdf).
- [11] Andreas Meisel. 3D-Bildverarbeitung für feste und bewegte Kameras. Rheinisch Westfälische Technische Hochschule (RWTH), Dissertation, 1994.

- [12] Nico Manske und Thorsten Jost. Posenbestimmung in Räumen mit einem 3D-Kameramodell. Projektbericht HAW Hamburg, 2008. - URL [http://svn.kbsvn.net/filedetails.php?repname=Team3&path=%2Ftrunk%2Fmaster%2FPosenbestimmung%2Fdoc%2Freport%2FPJ\\_Report.pdf&rev=0&sc=0](http://svn.kbsvn.net/filedetails.php?repname=Team3&path=%2Ftrunk%2Fmaster%2FPosenbestimmung%2Fdoc%2Freport%2FPJ_Report.pdf&rev=0&sc=0).
- [13] Greg Welch and Eric Foxlin. Motion Tracking: No Silver Bullet, but a Respectable Arsenal. IEEE Computer Graphics and Applications, 2002. - URL <http://ieeexplore.ieee.org/iel5/38/22427/01046626.pdf?tp=&arnumber=1046626&isnumber=22427>.

## Glossar

**FAUST Fahrerassistenz- und Autonome Systeme** Besteht aus mehreren Projekten zu den Themen Fahrerassistenzsysteme, Sensorik und Telemetrie in Fahrzeugen und autonome Fahrzeuge.

**Freiheitsgrad** Der Freiheitsgrad bezeichnet einen Parameter (Mathematik) eines Systems. Die Eigenschaft, ein Freiheitsgrad zu sein, ergibt sich für einen Parameter daraus, Mitglied in einer Summe von Parametern zu sein, die das System beschreiben.

**GPS Global Positioning System** GPS bezeichnet ein weltweit Satelliten gestütztes Navigationssystem.

**IMAPS Indoor Distance Measurement and Positioning System** Ein Indoor-Positionierungssystem, welches Funk und Ultraschall kombiniert.

**INS Inertial navigation System** Integrierte Navigation durch Kombination von Beschleunigungsmessern und Kreiseln.

**Pose** Die Pose ist die Kombination von Position und Orientierung im dreidimensionalen Raum.

**SCV Sensor Controlled Vehicle** Eine mobile Plattform im FAUST Kontext.

## A Nicht berücksichtigte Prinzipien

Bei der Analyse der existierenden Technologien zur Positionsbestimmung wurden einige Technologien nicht berücksichtigt, weil sie aufgrund ihrer Eigenschaften oder Funktionsweisen nicht für dieses Projekt genutzt werden können. Dieser Abschnitt gibt einen kurzen Überblick dieser Technologien und enthält die Ausschlusskriterien dieser Varianten.

**Mechanische Kopplung** - Diese Technik setzt eine physikalische Verbindung zwischen der Umgebung und der mobilen Plattform voraus, womit der Aktionsradius sehr stark eingeschränkt und für Lager ungeeignet ist. Eine komplette Bewegungsfreiheit ist hier nicht gegeben (vgl. [13]).

**Magnetsensoren** - In Magnetfeldern treten starke Störung durch ferromagnetische oder leitende Teil auf, besonders in Lagern würde diese Eigenschaften zu großen Problemen führen (vgl. [13]).

**Drucksensoren** - Diese Variante erfordert einen zu hohen Installationsaufwand und ist nicht flexibel veränderbar (vgl. [10]).

**GPS** - Die GPS Signale werden durch Wände stark gedämpft wodurch der Einsatz im Indoor-Bereich unzuverlässig ist. Das Projekt [8] beschäftigt sich mit dem Ausbau von GPS im Indoor-Bereich, jedoch liegen noch keine veröffentlichten Ergebnisse vor.

**IMAPS** - Das an der HAW entwickelte Indoor Distance Measurement and Positioning System (IMAPS) kombiniert Funk- und Ultraschalltechnik (vgl. [6]). IMAPS weist in dem jetzigen Entwicklungsstand Probleme mit den Ultraschallsendern in Bezug auf die Genauigkeit auf. Des Weiteren muss hoher Installations- und Verwaltungsaufwand betrieben werden.

## B Abbildungen

### B.1 Modulübersicht der zu entwickelnden Module

Die in Abbildung 6 dargestellte Modulübersicht enthält alle Module, die für Posenbestimmung benötigt werden. Die zur Zeit im Projektkurs entwickelten Module beschränken sich jedoch auf die Linsenverzeichnung und die Positionsbestimmung. Das Tracking-Modul zur Identifizierung der Passmarken ist noch nicht vorhanden.

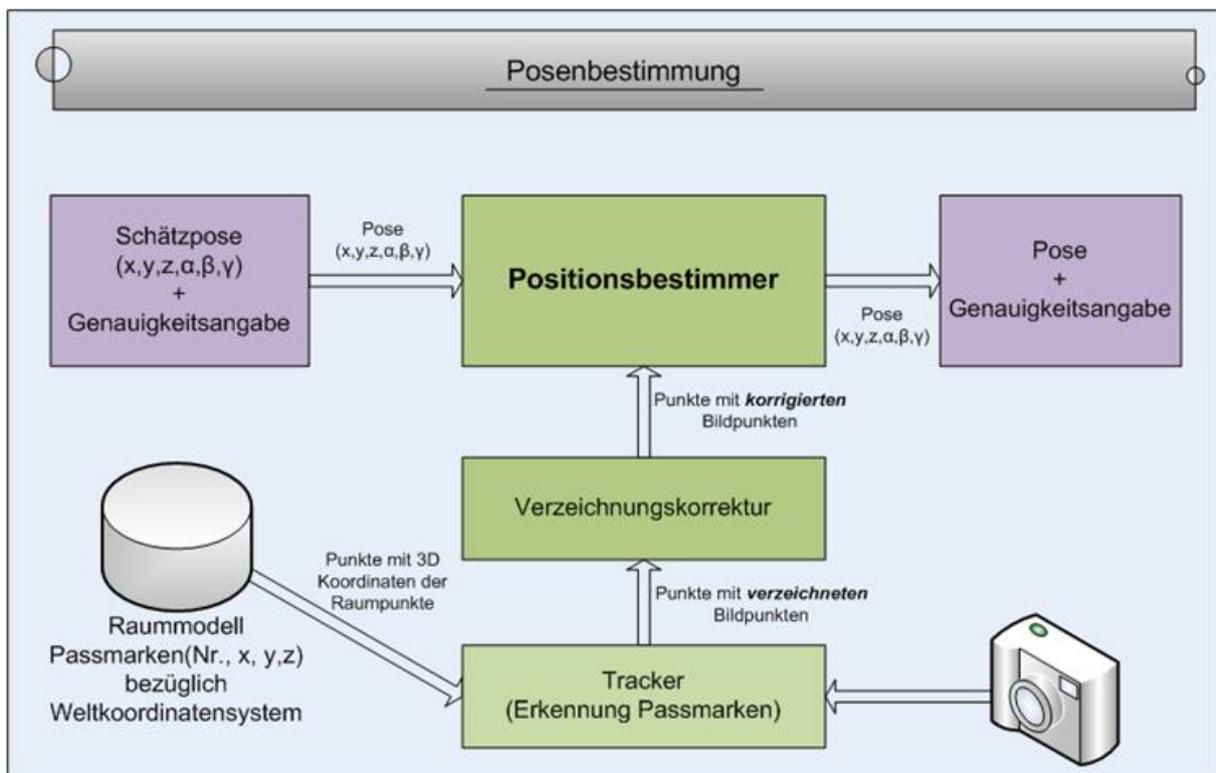


Abb. 6: Modulübersicht des Posenbestimmungs-Projektes

### B.2 Ergänzende Abbildungen zu den existierenden Techniken

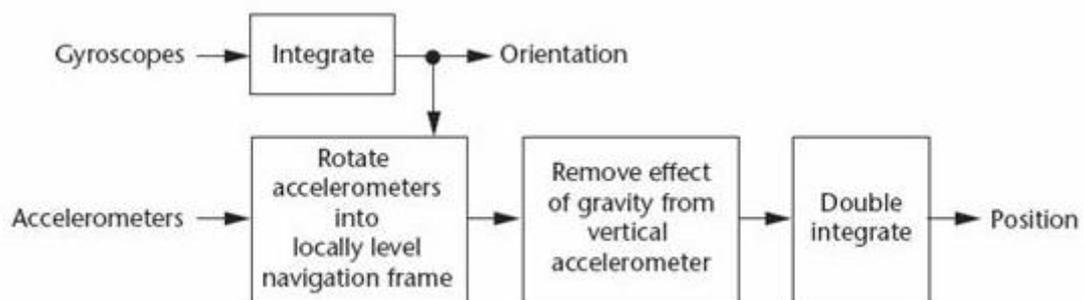


Abb. 7: Blockschaltbild der Posenermittlung mit Trägheitssensoren (vgl. [13])

### B.3 Linsenverzeichnung zur Erhöhung der Genauigkeit

In den Abbildungen 8 und 9 werden die Auswirkungen der Linsenverzeichnung deutlich. Des Weiteren ist erkennbar, dass die Verzeichnung nach aussen zunimmt wenn es sich um kissenförmigen Verzeichnungen handelt. Bei tonnenförmigen Verzeichnungen nimmt die Verzeichnung nach innen zu.

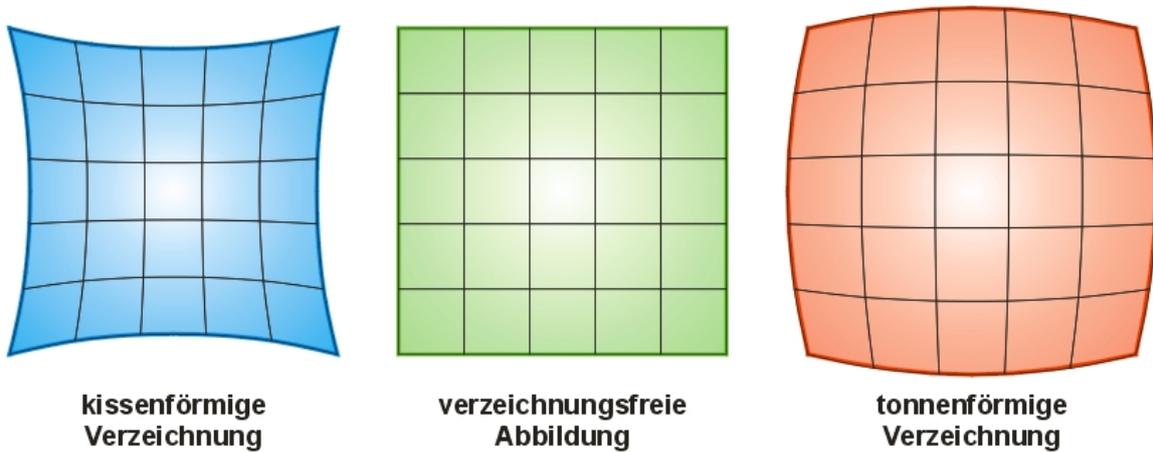


Abb. 8: Auswirkungen der Linsenverzeichnung

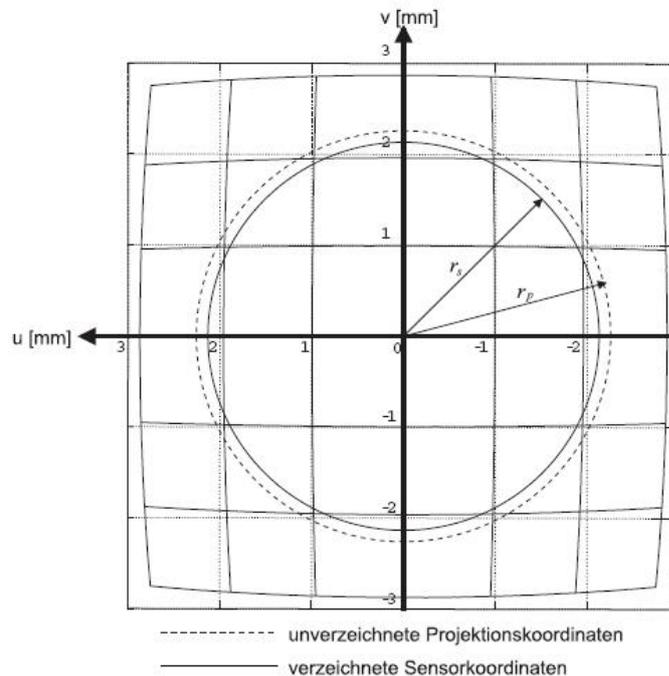


Abb. 9: Veränderung des Radius durch die Linsenverzeichnung (vgl. [11])

## B.4 Überblick der Vorgehensweise bei der Posenbestimmung

In der Abbildung 10 ist ein Blockschaltbild zur Visualisierung der Vorgehensweise bei der Posenbestimmung dargestellt.

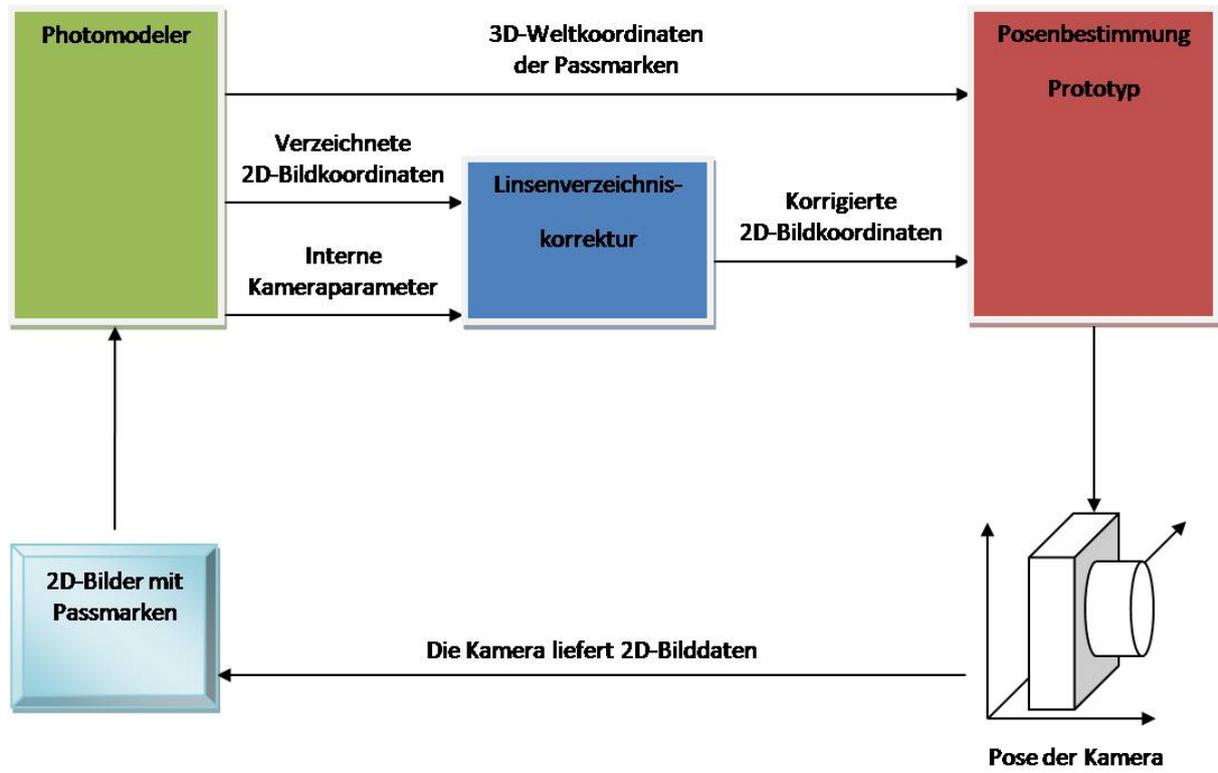


Abb. 10: Blockdiagramm der Vorgehensweise bei der Posenbestimmung (vgl. [12])

## C Berechnungsansatz für die Ermittlung der Pose

### C.1 Nichtlineare Ausgleichung mit der Newtonschen Nullstellensuche

Das Newtonsche Näherungsverfahren gilt in der Mathematik als Standardverfahren zur numerischen Lösung von nichtlinearen Gleichungen und Gleichungssystemen. Zu einer gegebenen stetig differenzierbaren Funktion lassen sich Näherungswerte zur Nullstelle finden. In einem Ausgangspunkt wird die Tangente der Funktion bestimmt ( $f'(x_n)$ ), dessen Nullstelle als Näherung der Nullstelle der Funktion  $f(x)$  genutzt wird. Von dieser Näherung ausgehend werden weitere Verbesserungsschritte iterativ vorgenommen bis die Änderung einen angegebenen Wert erreicht hat ( $|x_{n+1} - x_n| < \epsilon$ ). Aus der Funktion (3) erfolgt die Iterationsvorschrift (4) durch die Umstellung nach  $x_{n+1}$ .

$$f'(x_n) = \frac{f(x_n)}{x_n - x_{n+1}} \quad (3)$$

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)} \quad (4)$$

In den meisten Anwendungen des Verfahrens (in Gleichungssystemen) werden jedoch nicht nur eine sondern mehrere Variablen gesucht (nicht  $f(x)$ ) sondern  $f(x_1, x_2, x_3, \dots)$ . Dazu ist eine andere Darstellung wie von Newton (4) erforderlich. Es erfolgt die Umstellung nach  $-f(x_n)$ .

$$-f(x_n) = f'(x_n) \cdot (x_{n+1} - x_n) \quad (5)$$

Die umgestellte Formel (5) ist erweiterbar auf Funktionen mit mehreren Variablen  $x_1, x_2, x_3, \dots$  auf die Formel (6).  $m$  entspricht der Anzahl der Unbekannten und  $n$  der Anzahl der Iterationen.

$$-f(x_{1n}, \dots, x_{mn}) = \frac{\partial f(x_{1n}, \dots, x_{mn})}{\partial x_{1n}} \cdot (x_{1n+1} - x_{1n}) + \dots + \frac{\partial f(x_{1n}, \dots, x_{mn})}{\partial x_{mn}} \cdot (x_{mn+1} - x_{mn}) \quad (6)$$

Für die Lösung durch die Aufstellung eines Gleichungssystems werden bei  $m$  Unbekannten  $m$  Gleichungen benötigt. Das resultierende Gleichungssystem wird durch die Anwendung der Matrizenrechnung auf den Standardansatz  $\vec{\epsilon} = A * \vec{\xi} - \vec{l}$  gelöst (vgl. [11] Kapitel C.1).

$$\begin{pmatrix} -f_1(x_1, \dots, x_{mn}) \\ \vdots \\ -f_m(x_1, \dots, x_{mn}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_{1n}} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_{mn}} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_m}{\partial x_{1n}} & \dots & \frac{\partial f_m}{\partial x_{mn}} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{1n+1} - x_{1n} \\ \vdots \\ x_{mn+1} - x_{mn} \end{pmatrix} \quad (7)$$

### C.2 Vorausgesetzte Formeln der Berechnung

Die Rotationsmatrix setzt sich aus drei Teildrehungen um die Kamerakoordinatenachsen zusammen und wird beschrieben durch:

$$R = \begin{pmatrix} \cos\beta \cos\gamma & \cos\alpha \sin\gamma + \sin\alpha \sin\beta \cos\gamma & \sin\alpha \sin\gamma - \cos\alpha \sin\beta \cos\gamma \\ -\cos\beta \sin\gamma & \cos\alpha \cos\gamma - \sin\alpha \sin\beta \sin\gamma & \sin\alpha \cos\gamma + \cos\alpha \sin\beta \sin\gamma \\ \sin\beta & -\sin\alpha \cos\beta & \cos\alpha \cos\beta \end{pmatrix}$$

Zur Vereinfachung wird R auch folgendermaßen dargestellt:

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} \\ R_{21} & R_{22} & R_{23} \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} \end{pmatrix}$$

Für die Bildkoordinaten eines projizierten Punktes gilt:

$$u_i = \Delta u_H - c * \frac{R_{11}(x_i - t_x) + R_{12}(y_i - t_y) + R_{13}(z_i - t_z)}{R_{31}(x_i - t_x) + R_{32}(y_i - t_y) + R_{33}(z_i - t_z)} \quad (8)$$

$$v_i = \Delta v_H + c * \frac{R_{21}(x_i - t_x) + R_{22}(y_i - t_y) + R_{23}(z_i - t_z)}{R_{31}(x_i - t_x) + R_{32}(y_i - t_y) + R_{33}(z_i - t_z)} \quad (9)$$

Diese Formeln bilden die Voraussetzung für die folgende Schritte.

Gesucht sind die Variablen  $t_x, t_y, t_z$  sowie die Winkel  $\alpha, \beta, \gamma$  aus der Rotationsmatrix, diese Variablen stellen die Pose der Kamera da. Die 3D-Koordinaten der Raumpunkte dagegen sind bekannt. Eine direkte Lösung durch die Anwendung der Formel ist nicht möglich. Die Lösung muss durch die nicht lineare Ausgleichung angenähert werden.

Zuvor werden die Formel nach null umgestellt um die iterative Nullstellensuche nach Newton anwenden zu können. Es entstehen folgende Formeln, für jeden Raumpunkt eine Formel  $f_u$  und  $f_v$ . Da 6 Unbekannte im System sind werden mindesten 3 Raumpunkte benötigt, um 6 Gleichungen aufzustellen.

$$f_{u_i} = \Delta u_H - c * \frac{R_{11}(x_i - t_x) + R_{12}(y_i - t_y) + R_{13}(z_i - t_z)}{R_{31}(x_i - t_x) + R_{32}(y_i - t_y) + R_{33}(z_i - t_z)} - u_i = 0 \quad (10)$$

$$f_{v_i} = \Delta v_H - c * \frac{R_{21}(x_i - t_x) + R_{22}(y_i - t_y) + R_{23}(z_i - t_z)}{R_{31}(x_i - t_x) + R_{32}(y_i - t_y) + R_{33}(z_i - t_z)} - v_i = 0 \quad (11)$$

Die gesuchten Parameter erhält man durch die Anwendung des Standardansatzes (vgl. [11] Kapitel C.1 und [12]).

$$\vec{\epsilon} = A * \vec{\xi} - \vec{l} \quad (12)$$

$\vec{l}$  enthält die umgestellten Formeln zur Berechnung der Bildkoordinaten, für jeden Punkt 2 Formeln. Das ergibt bei n Punkten:

$$\vec{l} = \begin{pmatrix} -f_1^u \\ -f_n^u \\ \vdots \\ -f_1^v \\ -f_n^v \end{pmatrix} \quad (13)$$

### C.3 Formeln und Ableitungen aus der Berechnung

Hier werden alle Formeln aufgeführt die in dieser Form bei der Posenbestimmung angewendet wurden. Die Formel  $f u_i$  und  $f v_i$  werden nach  $t_x, t_y, t_z, \alpha, \beta$  und  $\gamma$  abgeleitet. Für die sehr komplexen Ableitungen wurde die Software MatLab verwendet. Die Ableitungen werden in der Jacobi-Matrix A angewendet.

Ableitungen von  $f u_i$  nach  $t_x, t_y, t_z, \alpha, \beta, \gamma$ .

$$f u_i = \Delta u_H - \frac{c(\cos(\alpha) \cos(\gamma)(x_i - t_x) + (\cos(\alpha) \sin(\gamma) + \sin(\alpha) \sin(\beta) \cos(\gamma))(y_i - t_y) + (\sin(\alpha) \sin(\gamma) - \cos(\alpha) \sin(\beta) \cos(\gamma))(z_i - t_z))}{\sin(\beta)(x_i - t_x) - \sin(\alpha) \cos(\beta)(y_i - t_y) + \cos(\alpha) \cos(\beta)(z_i - t_z)} - u_i$$

$$\frac{\partial f u_i}{\partial \alpha} = - \frac{C(-\sin(\alpha) \cos(\gamma)(x_i - t_x) + (-\sin(\alpha) \sin(\gamma) + \cos(\alpha) \sin(\beta) \cos(\gamma))(y_i - t_y) + (\cos(\alpha) \sin(\gamma) + \sin(\alpha) \sin(\beta) \cos(\gamma))(z_i - t_z))}{\sin(\beta)(x_i - t_x) - \sin(\alpha) \cos(\beta)(y_i - t_y) + \cos(\alpha) \cos(\beta)(z_i - t_z)} + \frac{C(\cos(\alpha) \cos(\gamma)(x_i - t_x) + (\cos(\alpha) \sin(\gamma) + \sin(\alpha) \sin(\beta) \cos(\gamma))(y_i - t_y) + (\sin(\alpha) \sin(\gamma) - \cos(\alpha) \sin(\beta) \cos(\gamma))(z_i - t_z))(-\cos(\alpha) \cos(\beta)(y_i - t_y) - \sin(\alpha) \cos(\beta)(z_i - t_z))}{(\sin(\beta)(x_i - t_x) - \sin(\alpha) \cos(\beta)(y_i - t_y) + \cos(\alpha) \cos(\beta)(z_i - t_z))^2}$$

$$\frac{\partial f u_i}{\partial \beta} = - \frac{C(\sin(\alpha) \cos(\beta) \cos(\gamma)(y_i - t_y) - \cos(\alpha) \cos(\beta) \cos(\gamma)(z_i - t_z))}{\sin(\beta)(x_i - t_x) - \sin(\alpha) \cos(\beta)(y_i - t_y) + \cos(\alpha) \cos(\beta)(z_i - t_z)} + \frac{C(\cos(\alpha) \cos(\gamma)(x_i - t_x) + (\cos(\alpha) \sin(\gamma) + \sin(\alpha) \sin(\beta) \cos(\gamma))(y_i - t_y) + (\sin(\alpha) \sin(\gamma) - \cos(\alpha) \sin(\beta) \cos(\gamma))(z_i - t_z))(\cos(\beta)(x_i - t_x) + \sin(\alpha) \sin(\beta)(y_i - t_y) - \cos(\alpha) \sin(\beta)(z_i - t_z))}{(\sin(\beta)(x_i - t_x) - \sin(\alpha) \cos(\beta)(y_i - t_y) + \cos(\alpha) \cos(\beta)(z_i - t_z))^2}$$

$$\frac{\partial f u_i}{\partial \gamma} = - \frac{C(-\cos(\alpha) \sin(\gamma)(x_i - t_x) + (\cos(\alpha) \cos(\gamma) - \sin(\alpha) \sin(\beta) \sin(\gamma))(y_i - t_y) + (\sin(\alpha) \cos(\gamma) + \cos(\alpha) \sin(\beta) \sin(\gamma))(z_i - t_z))}{\sin(\beta)(x_i - t_x) - \sin(\alpha) \cos(\beta)(y_i - t_y) + \cos(\alpha) \cos(\beta)(z_i - t_z)}$$

$$\frac{\partial f u_i}{\partial t_x} = \frac{C \cos(\alpha) \cos(\delta)}{\sin(\beta)(x_i - t_x) - \sin(\alpha) \cos(\beta)(y_i - t_y) + \cos(\alpha) \cos(\beta)(z_i - t_z)} - \frac{C(\cos(\alpha) \cos(\delta)(x_i - t_x) + (\cos(\alpha) \sin(\delta) + \sin(\alpha) \sin(\beta) \cos(\delta))(y_i - t_y) + (\sin(\alpha) \sin(\delta) - \cos(\alpha) \sin(\beta) \cos(\delta))(z_i - t_z)) \sin(\beta)}{(\sin(\beta)(x_i - t_x) - \sin(\alpha) \cos(\beta)(y_i - t_y) + \cos(\alpha) \cos(\beta)(z_i - t_z))^2}$$

$$\frac{\partial f u_i}{\partial t_y} = - \frac{C(-\cos(\alpha) \sin(\delta) - \sin(\alpha) \sin(\beta) \cos(\delta))}{\sin(\beta)(x_i - t_x) - \sin(\alpha) \cos(\beta)(y_i - t_y) + \cos(\alpha) \cos(\beta)(z_i - t_z)} + \frac{C(\cos(\alpha) \cos(\delta)(x_i - t_x) + (\cos(\alpha) \sin(\delta) + \sin(\alpha) \sin(\beta) \cos(\delta))(y_i - t_y) + (\sin(\alpha) \sin(\delta) - \cos(\alpha) \sin(\beta) \cos(\delta))(z_i - t_z)) \sin(\alpha) \cos(\beta)}{(\sin(\beta)(x_i - t_x) - \sin(\alpha) \cos(\beta)(y_i - t_y) + \cos(\alpha) \cos(\beta)(z_i - t_z))^2}$$

$$\frac{\partial f u_i}{\partial t_z} = - \frac{C(-\sin(\alpha) \sin(\delta) + \cos(\alpha) \sin(\beta) \cos(\delta))}{\sin(\beta)(x_i - t_x) - \sin(\alpha) \cos(\beta)(y_i - t_y) + \cos(\alpha) \cos(\beta)(z_i - t_z)} - \frac{C(\cos(\alpha) \cos(\delta)(x_i - t_x) + (\cos(\alpha) \sin(\delta) + \sin(\alpha) \sin(\beta) \cos(\delta))(y_i - t_y) + (\sin(\alpha) \sin(\delta) - \cos(\alpha) \sin(\beta) \cos(\delta))(z_i - t_z)) \cos(\alpha) \cos(\beta)}{(\sin(\beta)(x_i - t_x) - \sin(\alpha) \cos(\beta)(y_i - t_y) + \cos(\alpha) \cos(\beta)(z_i - t_z))^2}$$

Ableitungen von  $fv_i$  nach  $t_x, t_y, t_z, \alpha, \beta, \gamma$ .

$$fv_i = \Delta v_H + \frac{c(-\cos(\beta)\sin(\gamma)(x_i-t_x) + (\cos(\alpha)\cos(\gamma) - \sin(\alpha)\sin(\beta)\sin(\gamma))(y_i-t_y) + (\sin(\alpha)\cos(\gamma) + \cos(\alpha)\sin(\beta)\sin(\gamma))(z_i-t_z))}{\sin(\beta)(x_i-t_x) - \sin(\alpha)\cos(\beta)(y_i-t_y) + \cos(\alpha)\cos(\beta)(z_i-t_z)} - v_i$$

$$\frac{\partial fv_i}{\partial \alpha} = \frac{c(-\sin(\alpha)\cos(\gamma) - \cos(\alpha)\sin(\beta)\sin(\gamma))(y_i-t_y) + (\cos(\alpha)\cos(\gamma) - \sin(\alpha)\sin(\beta)\sin(\gamma))(z_i-t_z)}{\sin(\beta)(x_i-t_x) - \sin(\alpha)\cos(\beta)(y_i-t_y) + \cos(\alpha)\cos(\beta)(z_i-t_z)} - \frac{c(-\cos(\beta)\sin(\gamma)(x_i-t_x) + (\cos(\alpha)\cos(\gamma) - \sin(\alpha)\sin(\beta)\sin(\gamma))(y_i-t_y) + (\sin(\alpha)\cos(\gamma) + \cos(\alpha)\sin(\beta)\sin(\gamma))(z_i-t_z))(-\cos(\alpha)\cos(\beta)(y_i-t_y) - \sin(\alpha)\cos(\beta)(z_i-t_z))}{(\sin(\beta)(x_i-t_x) - \sin(\alpha)\cos(\beta)(y_i-t_y) + \cos(\alpha)\cos(\beta)(z_i-t_z))^2}$$

$$\frac{\partial fv_i}{\partial \beta} = -\frac{C(-\sin(\alpha)\cos(\beta)\sin(\gamma)(y_i-t_y) + \cos(\alpha)\cos(\beta)\sin(\gamma)(z_i-t_z))}{\sin(\beta)(x_i-t_x) - \sin(\alpha)\cos(\beta)(y_i-t_y) + \cos(\alpha)\cos(\beta)(z_i-t_z)} + \frac{C(-\cos(\alpha)\sin(\gamma)(x_i-t_x) + (\cos(\alpha)\cos(\gamma) - \sin(\alpha)\sin(\beta)\sin(\gamma))(y_i-t_y) + (\sin(\alpha)\cos(\gamma) + \cos(\alpha)\sin(\beta)\sin(\gamma))(z_i-t_z))(\cos(\beta)(x_i-t_x) + \sin(\alpha)\sin(\beta)(y_i-t_y) - \cos(\alpha)\sin(\beta)(z_i-t_z))}{(\sin(\beta)(x_i-t_x) - \sin(\alpha)\cos(\beta)(y_i-t_y) + \cos(\alpha)\cos(\beta)(z_i-t_z))^2}$$

$$\frac{\partial fv_i}{\partial \gamma} = \frac{c(-\cos(\beta)\cos(\delta)(x_i-t_x) + (-\cos(\alpha)\sin(\delta) - \sin(\alpha)\sin(\beta)\cos(\delta))(y_i-t_y) + (-\sin(\alpha)\sin(\delta) + \cos(\alpha)\sin(\beta)\cos(\delta))(z_i-t_z))}{\sin(\beta)(x_i-t_x) - \sin(\alpha)\cos(\beta)(y_i-t_y) + \cos(\alpha)\cos(\beta)(z_i-t_z)}$$

$$\frac{\partial fv_i}{\partial t_x} = -\frac{C\cos(\alpha)\sin(\gamma)}{\sin(\beta)(x_i-t_x) - \sin(\alpha)\cos(\beta)(y_i-t_y) + \cos(\alpha)\cos(\beta)(z_i-t_z)} - \frac{C(-\cos(\alpha)\sin(\gamma)(x_i-t_x) + (\cos(\alpha)\cos(\gamma) - \sin(\alpha)\sin(\beta)\sin(\gamma))(y_i-t_y) + (\sin(\alpha)\cos(\gamma) + \cos(\alpha)\sin(\beta)\sin(\gamma))(z_i-t_z))\sin(\beta)}{(\sin(\beta)(x_i-t_x) - \sin(\alpha)\cos(\beta)(y_i-t_y) + \cos(\alpha)\cos(\beta)(z_i-t_z))^2}$$

$$\frac{\partial fv_i}{\partial t_y} = -\frac{C(-\cos(\alpha)\cos(\gamma) + \sin(\alpha)\sin(\beta)\sin(\gamma))}{\sin(\beta)(x_i-t_x) - \sin(\alpha)\cos(\beta)(y_i-t_y) + \cos(\alpha)\cos(\beta)(z_i-t_z)} + \frac{C(-\cos(\alpha)\sin(\gamma)(x_i-t_x) + (\cos(\alpha)\cos(\gamma) - \sin(\alpha)\sin(\beta)\sin(\gamma))(y_i-t_y) + (\sin(\alpha)\cos(\gamma) + \cos(\alpha)\sin(\beta)\sin(\gamma))(z_i-t_z))\sin(\alpha)\cos(\beta)}{(\sin(\beta)(x_i-t_x) - \sin(\alpha)\cos(\beta)(y_i-t_y) + \cos(\alpha)\cos(\beta)(z_i-t_z))^2}$$

$$\frac{\partial fv_i}{\partial t_z} = -\frac{C(-\sin(\alpha)\cos(\gamma) - \cos(\alpha)\sin(\beta)\sin(\gamma))}{\sin(\beta)(x_i-t_x) - \sin(\alpha)\cos(\beta)(y_i-t_y) + \cos(\alpha)\cos(\beta)(z_i-t_z)} - \frac{C(-\cos(\alpha)\sin(\gamma)(x_i-t_x) + (\cos(\alpha)\cos(\gamma) - \sin(\alpha)\sin(\beta)\sin(\gamma))(y_i-t_y) + (\sin(\alpha)\cos(\gamma) + \cos(\alpha)\sin(\beta)\sin(\gamma))(z_i-t_z))\cos(\alpha)\cos(\beta)}{(\sin(\beta)(x_i-t_x) - \sin(\alpha)\cos(\beta)(y_i-t_y) + \cos(\alpha)\cos(\beta)(z_i-t_z))^2}$$